2019 年 11 月 9 日　津田塾大学・第 30 回「数学史シンポジウム」

ジョージ・ピーコックの“Report on the Recent Progress and Present State of Certain Branches of Analysis ”(1834)について

神戸大学大学院国際文化学研究科 国際文化学研究推進センター
協力研究員　野村恒彦

Tsunehiko NOMURA
noraneko@portnet.ne.jp

はじめに

ジョージ・ピーコック（George Peacock）は、ケンブリッジ大学在学中にチャールズ・バベッジ(Charles Babbage)、ジョン・ハーシェル(J. F. W. Herschel)らとともに設立した「解析協会」(Analytical Society)の、主要なメンバーの一人であった。

ピーコックが 1830 年に発表した『代数学』(*A Treatise of Algebra*)は当該分野に大きな影響を与えたものとして知られているが、その影響の大きさに比してピーコックの人となりや、『代数学』の位置づけについてはあまり知られていないのが実情である。実際にピーコックについての伝記的な著作やピーコックの業績の全貌を検討した論文等は私見する限り皆無である。

ピーコックによる「算術的代数」と「記号的代数」に関する具体的な議論については、筆者は既に 1830 年版『代数学』序文、同書本文における第 1 章、第 2 章及び第 3 章について検討しているが、ここでは“Report on the Recent Progress and Present State of Certain Branches of Analysis ”におけるピーコックの主張について考えてみたい。

１　ジョージ・ピーコックについて

ジョージ・ピーコック（George Peacock（1791-1858)）は英国の数学者で、1809 年にケンブリッジ大学のトリニティ・カレッジに入学し、在学中にチャールズ・バベッジ、ジョン・ハーシェルらとともに解析協会を設立し、大陸で発展していた解析学を英国に導入しようとした。

1817 年にはケンブリッジ大学のトライポスの Examiner や Moderator となり、それまでニュートンが用いていた記号に代わり、トライポスにライプニッツによる記号を初めて導入した。さらに 1818 年に王立協会のフェローになったピーコックは、1837 年にケンブリッジ大学における天文学のロウンディーン教授(Lowndean Professor of Astronomy) に選出されている。

その後 1839 年にはイーリーの主席司祭(Dean of Ely) に就任し、死去するまでその地位にあった。

ピーコックの主な業績としては、次のようなものがある。

(1) 『代数学』 *A Treatise on Algebra* 1830(1 巻本), 1842, 1845(2 巻本).

(2) “A Report on the Recent Progress and Actual State of Certain Branches of Analysis” (*Report of the Third Meeting of the British Association for Advancement of Science Held at Cambridge in 1833* に収録), 1834.

(3) “Arithmetic” , *Encyclopaedia Metropolitana*, 1845.

２　ジョージ・ピーコック『代数学』について

ピーコックの主著である『代数学』は、1830 年に刊行された１巻本と、1842 年、1845 年に刊行された２巻本がある。また後年刊行された２巻本には、それぞれ「Arithmetical Algebra」と「Symbolic Algebra」という副題が付いている。また、それぞれには序文があるが、1830 年刊と後年刊行の物とは、全く異なったものになっている。

筆者はバベッジによる未刊行の手稿である“Essays on the Philosophy of Analysis”について活字化を行い、内容について研究を進めているが、ダビー(J. M. Dubbey)はその著書 *The Mathematical Work of Charles Babbage* 中でバベッジの手稿とピーコックの『代数学』序文について、その類似性について言及していることに注目した。そのダビーが言及しているピーコックの『代数学』序文は、1830 年刊のそれである[1]。

あわせてダビーはバベッジとピーコック主張の類似性について論じる際のキーワードとして、「提示の科学」(Science of Suggestion)と、「等しい形式の不変性の原理」(The Permanence of Equivalent Forms)を指摘していることに注目しておきたい。

---

[1] J. M. Dubbey, *The Mathematical Work of Charles Babbage* (Cambridge: Cambridge Univ. Press, 1978) pp 100-109.

既に筆者はピーコックの『代数学』について発表しているが、それらは次のとおりである

(1) 「ジョージ・ピーコック『代数学』序文について」
京都大学数理解析研究所　2012 年 8 月

(2) 「ジョージ・ピーコック『代数学』(1830)について」
津田塾大学数学・計算機科学研究所　2013 年 10 月

(3) ジョージ・ピーコック『代数学』(1830)における「算術的代数」と「記号的代数」について
津田塾大学数学・計算機科学研究所　2017 年 10 月

(1)については標題が示すように、1830 年に 1 巻本として刊行された『代数学』序文と、1842 年及び 1845 年に 2 巻本として刊行された『代数学』序文とを比較検討したものである。(2)については、1830 年刊の『代数学』において「Arithmetical Algebra」と「Symbolic Algebra」がどのようにこれらが区別されているのであろうかという疑問に対し、主に第 3 章の“Observations upon the first Principle and Fundamental Operation if Algebra”に記述されている内容について検討を行ったものである。続く(3)は 1830 年刊の『代数学』の第 1 章「Definition and First Principles of Science」及び第 2 章「On the methods of combining and incorporating Algebraical Quantities by the operations or Addition, Subtraction, Multiplication, and Division」の内容について整理して論じたものである。これらについてはそれぞれ論文として既にまとめており、それらは参考文献のとおりである。

さらに、言うまでもないことであるが、ピーコックは 1830 年版から 1842 年版の間には代数学についての考え方を整理しており、その間の重要な著作として“A Report on the Recent Progress and Actual State of Certain Branches of Analysis”があるが、これについて本論文で論じる予定である。

３ “A Report on the Recent Progress and Actual State of Certain Branches of Analysis” について

本著作は 1833 年にケンブリッジで開催されたイギリス科学振興協会(British Association for the Advancement of Science、略称 BAAS)の会議のピーコックによる報告で、1834 年に刊行された報告書の一部である[2]。

---

[2] George Peacock, “A Report on the Recent Progress and Actual State of Certain Branches

本書には 8 つの報告が収録されている。それらの題名、執筆者は以下のとおりである。

題名	執筆者
鉱物脈に関する知識の現況についての報告	Ｊ・テイラー
植物学の考え方における現在の議論での基本的な疑問	Ｊ・リンゼイ
神経系の生理学についての報告	Ｗ・Ｃ・ヘンリー
材料の強度に関する我々の知識の現況についての報告	Ｐ・バーロウ
地球の磁力に関する知識の現況についての報告	Ｓ・Ｈ・クリスティ
流体静力学と流体動力学の解析的理論の現況に関する報告	Ｊ・チャリス師
技術の一分野としての水力学の我々の知識の発展および現況についての報告	Ｇ・レニー
解析学のいくつかの分野についての新しい発展及び現況についての報告	Ｇ・ピーコック

これらの題名から、当時の科学技術の興味の最先端の状況をうかがい知ることができることができ、19 世紀英国科学の状況を把握する上で本書は貴重な文献となっている。

(1) ピーコックの論文の成立と意義

ピーコックの論文は既に述べたように、1834 年に刊行された報告書に収録された一部である(pp. 185-352)。

この論文は『代数学』初版(1830)と 2 巻本(1842, 1845)との間に発表されているため、ピーコックの代数学の考え方、特に算術的代数と記号的代数の区分の変化を見るためには最適の論文と考える。

論文は 150 ページを超える非常に長大なものとなっているが、代数学について述べたものは、185 ページから 266 ページを占めている。

もちろんこの論文にはキーワードとなっている Science of Suggestion と The Permanence of Equivalent Forms についての記述があることは言うまでもない。

(2) 構成

---

of Analysis", *Report of the Third Meeting of the British Association for Advancement of Science Held at Cambridge in 1833* (London: John Murray, 1834), pp. 185-352.

このピーコックの論文は次のような課題についての文章で構成されている。

題名	ページ
代数学（Algebra）	185-266
級数の収束と発散（Convergency and Divergency of Series）	267-82
代数学の基礎文献(Elementary Work on Algebra)	282-88
三角関数（Trigonometry）	288-96
方程式の理論（Theory of Equations）	296-322
数値方程式の解について(On the Solution of Numerical Equations)	322-52

代数学についての述べられた部分には、キーワードとした「提示の科学」(Science of Suggestion)と「等しい形式の不変性の原理」(The Permanence of Equivalent Forms)についての詳細な記述がある。

まず、「提示の科学」(Science of Suggestion)については、以下のように説明される[3]。

> 算術の科学、もしくは算術的代数の科学は記号的代数の十分な基礎を与えないにもかかわらず、それは必然的にその原理、もしくは、むしろその組合せの規則を「提示」する。

これは、算術的代数と記号的代数は全く別のものであるが、その原理については算術的代数を基礎としていることを意味しており、そしてその取扱いの方法として、次の「等しい形式の不変性の原理」(The Permanence of Equivalent Forms)について、以下のように説明される[4]。

> 算術的代数との関係を提示の科学という見方で見る時、「等しい形式の不変性の原理」と名付けても差し支えないこの原理は、記号的代数のすべての規則の真の基礎を構築することから、その最も一般的な形式において関係を表現することは適切であろう。その結果、その拠り所ははっきりとわかるであ

[3] *Ibid.*, p. 195.
[4] *Ibid.*, p. 198.

ろうし、またその結果の最も重要なものの幾つかも指摘されるであろう。

そして、その直後にこれらの前提として次の重要な 2 つの事項が示されている[5]。

・直接の前提(Direct proposition)

一般的な記号で表現された時に、他のものと代数的に同等な形式を持つすべてのものは、それらの記号がどのようなものを示すものであっても同等であり続けなければならない。

・逆の前提(Converse proposition)

記号が形式の中で一般的である時、「提案の科学」として考えられた算術的代数において、同等な形式のものは、それらの記号が特別なものであっても、記号がそれらの形式の中だけでなくその性質においても一般的である時、同等な形式を持ち続けるであろう。

さらにピーコックは算術的代数から記号的代数への移行に効果を与えるための仮説として、(1) 値においても、表現においても、記号に制限はなく、(2) 記号がどのようなものであっても、すべての場合において、それら記号についての演算は可能であるとし、(3) 記号が算術的量を持っている時、そしてそれらが従う演算が算術的代数での同じ名前で呼ばれる時、記号の組み合わせの法則は算術的代数におけるそれらと普遍的に一致するような性質を持つとしている[6]。

以上のような主張を明確なものにするために、次のような例をあげて説明している。

例えば次のような数式を考える。ここでは、m に関しては記号的であるが、r に関しては算術的であると説明がある。

$$\frac{m(m-1)\,.\,.\,.\,(m-r+1)}{1\,.\,2\,.\,.\,.\,r}$$

すなわち n と m についてその考え方から、n は数字の範囲をどこまでとるかというゼロを含む自然数となるのに対し、m はその制約は受けないことから前者

5 *Ibid.*,pp.198-9.

6 *Ibid.*, p206.

が算術的で、後者が記号的であると主張しているのである。

さらにピーコックは、ウィリアム・フレンド(William Frend)の *The Principle of Algebra*(1796)の序文からの引用で、フレンドの負数や虚数を認めない立場を明らかにした上で[7]、コーシー(Cauchy)の *Cours d'Analyse de I'Ecole Royale polytechnique* からの引用においてプラスやマイナスの符号の計算について言及している。

またピーコックは、ルジャンドルによるガンマ関数を例にとって次のように説明する。ここで、次式が階乗を表していることは容易に理解できるだろう。

$$\Gamma(1+r) = r\,\Gamma(r)$$

ところが、ここの r というのは自然数であり、有理数の場合は考慮されていない。ところが、実際にはオイラーによって次のような数値が導き出されていると主張する。

$$\Gamma\left(\frac{1}{2}\right) = \sqrt{x}$$

ここでの r が自然数の場合が「算術的」であり、r が$\frac{1}{2}$の場合が「記号的」であるとしている。この場合$\Gamma(r)$が$\Gamma(\frac{1}{2})$と同じ形式であると「提示」し、「等しい形式」であるためその代数的な考えは「不変」であることを主張しているのである[8]。

4　結論及び今後の課題

1830 年の『代数学』から後年の『代数学』へのピーコックの思考の変遷を見て行くと、前節で述べたように "A Report on the Recent Progress and Actual State of Certain Branches of Analysis"に記載されたような経緯が明らかになった。ところが、ピーコックの主張を完全に理解するためには、これだけではまだ不十分であり、それらは先述のフレンドの主張に見るように、ピーコックと同時代の「代数学」についての前提や考え方な十分な理解が不可欠である。

---

[7] W. Frend, *The Principle of Algebra* (London: J.Davis, 1796), pp. ix-xi.
[8] *Ibid.*, pp. 217-22.

これらについては、今後の課題としたい。

参考文献

[1] George Peacock, *A Treatise on Algebra* (Cambridge: J & J. J. Deighton, 1830).

[2] George Peacock *A Treatise on Algebra,* 2 volumes, 1842, 1845.

[3] George Peacock, “A Report on the Recent Progress and Actual State of Certain Branches of Analysis”, *Report of the Third Meeting of the British Association for Advancement of Science Held at Cambridge in 1833* (London: John Murray,1834), pp. 185-352.

[4] Kevin Lambert, “A Natural History of Mathematics”, *Isis*, Vol. 104, No. 2, 2013, pp. 278-302.

[5] Charles Babbage, “Essays on the Philosophy of Analysis” , British Museum Additional Manuscripts 37202.

[6] J. M. Dubbey, *The Mathematical Work of Charles Babbage* (Cambridge: Cambridge Univ. Press, 1978).

[7] W. Frend, *The Principle of Algebra* (London: J.Davis, 1796), p. ix-xi.

[8] 野村恒彦, 「ジョージ・ピーコック『代数学』(1830)について」,『津田塾大学数学・計算機科学研究所報』No.35, 2014, pp.67-72.

[9] 野村恒彦, 「ジョージ・ピーコック『代数学』序文について」, 『京都大学数理解析研究所講究録』別冊 B50, 2014, pp.211-8.

[10]野村恒彦, 「ジョージ・ピーコック『代数学』(1830)における「算術的代数」と「記号的代数」について」, 津田塾大学数学・計算機科学研究所報』No.39, 2018, pp.22-8.