美しいノイズ
-飛田武幸先生を偲んで-

田中　紀子
Noriko Tanaka*

序．飛田武幸先生を偲んで
１）紹介

飛田武幸（1927年11月12日-2017年12月29日）
確率論．名古屋大学名誉教授．ホワイトノイズ解析の基礎を確立．確率過程論国際学会会長，国際研究発表ジャーナル「Infinite dimensional Analysis, Quantum Probability and Related Topics」の編集長等を務めた．ホワイトノイズは2000年にアメリカ数学会・ヨーロッパ数学会の数学分野別番号「60H40 White Noise Theory」を受ける．

図1　美しいノイズ

略歴
1927年　愛知県岡崎市生まれ
1952年　名古屋大学理学部数学科卒業
1959年　京都大学講師
1961年　理学博士（京都大学）
1964年　名古屋大学教授
1967年　プリンストン大学客員教授(1年間)
1976年-1977年　名古屋大学理学部長
1980年　中日文化賞受賞（第33回：「確率論とその応用の研究」）

---

*Aichi Prefectural Asahigaoka Senior High School,3-6-15 Deki-machi, Higashi-ku,Nagoya,Aichi, Japan,461-0032.
e-mail: tanaka-nagoya@y5.dion.ne.jp

1991年 名城大学理工学部教授,国際確率論学会会長(－1995まで)
1995年 - 1999年 名城大学理工学部長
2007年　瑞宝重光賞受賞
2012年　名古屋大学数理科学同窓会学生奨励賞(飛田賞)創設
2015年3月　脳梗塞で倒れるまで現役数学者として活躍
2017年12月29日　死去（享年90歳）

２）主な著書，訳書

1970 stationary stochastic processes (Princeton Univ.press.)
1973 一確率論研究者の回想: 岩波書店 (Lévyの自伝訳)
1975 Analysis of Brounian Functionals (Carton Unv.)
1975 ブラウン運動，岩波書店(英語,ロシア語,中国語の出版あり)
1976 ガウス過程，紀伊国屋書店
1980 Brounian motion, Springer
1981 誤差論，紀伊国屋書店
2001 美しいノイズ・数学を身近かに，国際高等研選書；13
2001 Selected papers of Takeyuki Hida, World Scientific Pub.Co.eds.Accardi,Kuo,Obata,Saito,Si Si,Streit
2002 ホワイトノイズと函数解析，Seminar on Probability
2011 確率論の基礎と発展，共立出版
2014 ホワイトノイズ，丸善

飛田先生との出会いは2012年.高等学校の教員向けにご講演されたときである.その後最初に学校にお送りくださった本が国際高等研究所から初学者向けに出版された「美しいノイズ」(図１)だった.そのうち名古屋大学で毎週月曜日に行われていた「確率論セミナー」が「ホワイトノイズセミナー」として土曜日開催になり，名古屋大学に足を運ぶようになった． 私は県立高等学校教諭をしており，セミナー後に研究室にお邪魔してコーヒーを飲みながら歓談するときには，飛田先生からは確率論のお話を伺い， 私は主に数学教育の話をしていた． 確率論については予備知識がなく，ただ高校の教員が定期的に純粋数学の話を聴くことなどなかなかできない

ので,興味を持って参加していた.

2013年度に科学研究費奨励研究をいただき， 飛田先生に勧められてビルフェルド大学に行き，レックナー先生（確率論）にご挨拶し，ミッシェル・クライン先生（数学教育）に懇談に行ったことが，お世話になる最初だった． またMAA Math FestやAMS-MAA Joint Meetingに参加し，アメリカで数学教育（主には問題作り）の内容を発表するときには,発表原稿の英語を丁寧に直してくださったことは，今でも感謝している．体調を崩されるまでの約３年間ホワイトノイズセミナーでご講義くださり,確率論のもつ奥深さと有用性を学んだ． その後2017年12月29日に90歳にてその生涯を閉じられました．謹んでご冥福をお祈りいたします.

飛田武幸先生はホワイトノイズ解析の創始者であり， 生涯かけてPaul Lévyの数学から発展したホワイトノイズを研究された.

さて， 今回， 私の興味は飛田先生が傾倒していたPaul Lévyの数学が「当時の日本の確率論研究者にどのように捉えられていたのか」にある．飛田武幸先生は「Lévyには（確率の本質が）分かったんだ」といつも語っていた． では， 多くの日本の確率論研究者はPaul Lévyの数学をどう感じていたのか．SEMINAR on PROBABILITY vol.9 Paul Lévyの業績（1961）を中心に， 当時の研究者たちがPaul Lévyの数学をどう捉えていたかについて考察する.

1. SEMINAR on PROBABILITY vol.9　Paul Lévyの業績（1961）について

SEMINAR on PROBABILITYは，1959年にvol.1が発行された．初期のものは手書きの執筆本で，1960年は4冊，1961年は5冊と，頻繁に発行されていたが，1990年代は1995年にvol.58が，そして1997年にvol.59が発刊されたのみである．また2000年代は2002年に飛田武幸先生が「ホワイトノイズと函数解析」を出された後は発刊されていない.

さて，SEMINAR on PROBABILITY vol.9　Paul Lévyの業績（1961）は，池田信行，国田寛，野本久夫，飛田武幸，渡辺毅の5名によって執筆された．前書きは「現存の数学者の仕事について

云々することは，まことに危険なことである．」で始まる．章立ては次のようである．

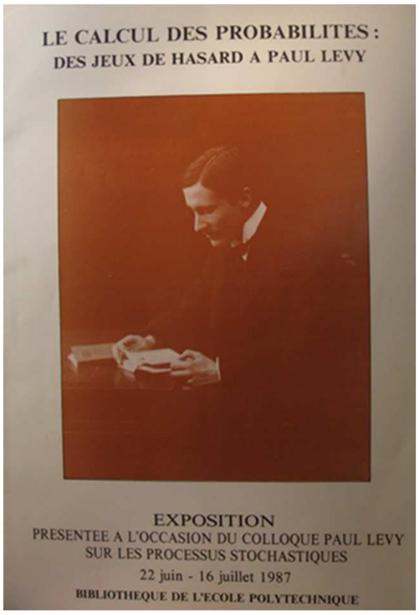

図2 1987年レビィ生誕100年記念シンポジウムパンフレット

分担は，§2.~§3.渡辺，§4.池田，§5.野本・国田，§6.~§7.飛田，§1.§8.は全体で相談の上，池田・野本・飛田が執筆した．もともと1960年の確率論セミナーで予定されていたことが実行不可能になり，代わりのものとして話をしたことが「Paul Lévyの業績」をまとめるきっかけとなった（池田，1961）．

本論文では主に「Paul Lévyの業績」§1.§2.§3.§4と§8を取り上げ，関連文書やPaul Lévyの原著から，当時の日本の確率論研究者にPaul Lévyの数学がどのように捉えられたのかについて考察する．

Paul Lévyの仕事は，(1)加法過程，(2) Brown運動，(3)拡散過程（Markov過程を含む），(4)Markov chain, (5)確率過程の表現　からなり，池田らは次のように分類している．

(i) 第1期の研究（1920～1935）…Théorie de l'addition des variables aléatoires
(ii) 第2期の研究（1935～1945）…Processus stochastiques et movement Brownian
(iii) 第3期の研究（1950年頃）…Systémes markoviens et stationaires cas dénombrable

(iv)　それ以降

業績の特徴や関連について，下記の図が掲載されている.

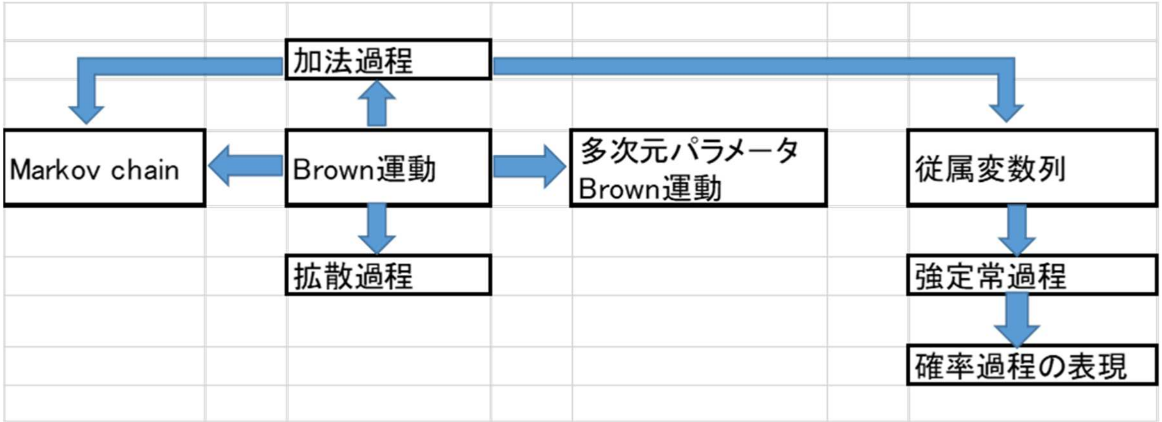

図３　Paul Lévyの業績の特徴や関連（[6]の図を参照して筆者作成）

２． Théorie de l’addition des variables aléatoiresについて

(1) 概要

「確率変数の和の理論」を扱い，383ページにわたるこの本は，研究の幅が広く内容も深い．この方向の仕事の大部分にLévyの研究が寄与している．研究の速度も極めて早く，この本に収められている研究は1929～1936年の間に行われた．

日本の研究者では，伊藤清が，この本の第7章を厳密に論じることを研究の出発点に選んだことはよく知られている（K.Ito, 1942）．また，河田龍夫・国沢清典は，この本があまりに難解なので別な立場からの独立変数列の研究を思い立ち，それが平均濃度函数の理論に発展したといわれている（国沢，1950）．さらに，Doobのマルチンゲール理論は，この本の第8章に発している．このように，その後の研究でより完全な形に整理されたものも多い．

「確率変数の和の理論」の第1章は‘確率概念の基礎’となっていて，LévyのCalcul des probabilites (Gauthier Villars,Paris)で述べられていることの抜粋である．第2章，第3章は，確率論の数学的な基礎概念の説明である．第4章は法則の畳み込みの定義，ベルヌーイ列に対する弱大数の法則，中心極限定理，ポアソンの小数の法則が与えられる．第5章は‘ガウス分布（正規分布）に関する諸定理’，第6章は独立変数を項にもつ無限級数の収束の条件に関する研究が

まとめられている．第7章は内容的にも歴史的にも最も興味のある部分で，伊藤清が研究の出発点に選んだ部分であり，その後の我が国の確率論に，直接Lévyの仕事とつながりを持たない場合にも大きな影響を与えているといわれている．第8章は‘従属変数の和に関する種々の問題’，そして第9章は連分数の理論の確率的接近についてである．これが数論でどの程度価値のあるものかはわからないが，確率論的には興味ある結果を含むとされている．

(2)日本人の確率論研究者のことばから

ア）伊藤清

伊藤清は第十四回京都賞記念講演会挨拶文のなかでこの本について次のように語っている．

「確率論の内容に改めて直観的な興味を覚えたのは，フランスの数学者，ポール・レヴィ（Paul Lévy）が1937年に発表した「独立確率変数の和の理論」(Théorie de l’addition des variables aléatoires)を読んだときです．これは微分積分学の関数に対応する確率論的概念としての確率過程の研究において大きな第一歩を踏み出したもので，私はここに新しい確率論の本質を見いだし，そこに見える一筋の光の中を歩いて行こうと思ったのです. 1938年の秋のことでした．

私は，レヴィの理論における確率過程の見本関数の中に，数学理論の名にふさわしい美しい構造を見いだしただけでなく，ウィーナー過程，ポアソン過程，独立増分過程などの確率過程をここで学びました．そして特に，この本の核をなす独立増分過程の分解定理に興味を持ちました．しかし，多くの開拓者の仕事がそうであるように，レヴィの記述は直観的な把握にもとづく部分が多く，その議論の展開を追うことが困難でした．」

さらに「確率論と私」のなかで次のように述べている．

「当時の研究の大部分は，統計法則の数学的解明を念頭において独立確率変数列の行動を調べるというものであった．微分積分学でいえば，級数論に相当する部分である．むろんそれよりも難しく，また内容も豊かなものであったが，数学の他の分野に較べる

と，貧弱に思われ，これに打ち込むという気は起らなかった．

確率論の内容に真に興味を覚えたのは，昭和12年にでたフランスの数学者ポール･レヴィの独立確率変数の和の理論を読んだ時である．・・・これなら精魂傾けて深く研究したいと思った．」（「確率論と私」伊藤清から「数学の研究を始めた頃」1984）

内閣統計局に勤めていた伊藤清がThéorie de l’addition des variables aléatoiresから人生の道を変えるほどの影響を受けたことが分かる．その後伊藤清は，現在「レヴィ・伊藤の定理」と呼ばれる定理に関わる博士論文(1941 年8月1日受理，1942年Japanese Journal of Mathenatics 発表，1945年10月3日東京帝国大学より博士号授与)を書き上げている．

イ）河田敬義

「確率論」(1948)のまえがきで，同年(1937)に刊行されたH.Cramérの書物と比較して次のように述べた．

「それ（H.Cramérの書物）に対してLévyの書物は，極めて直観的な考えに従って，しかも甚だ奥深く確率理論を掘り下げている．この本は，恐らく確率論の本として，最も美しい成果を持ち，最も内容の豊かなものではないであろうか．しかし，その解説は，時に難解且つ不十分である．」

レヴィのこの本の更なる分析は今後の課題としたいが，日本の多くの研究者たちにとっては，難解といわれるレヴィのこの本よりも，次に述べるProcessus stochastiques et movement Brownienのほうが近づきやすい気がするといった感覚があったようである．

３．Processus stochastiques et movement Brownien について

(1) 概要

Paul Lévyの主著2冊目である．難解さとともにその確率論における意義深さについては，類を見ない名著である．

この本は伊藤清の名古屋大学における卒業研究の大学ゼミに飛田武幸がゼミ学生として参加したときに読んだ本でもある．飛田は「レヴィには分かったんだ」といい，晩年までこの本を何度も読み返していたし，ホワイトノイズ理論はこの本から (正確に言え

ば Théorie de l’addition des variables aléatoires と Processus stochastiques et movement Brownienは一続きになっており，これらの本から）生み出されたものなのだろう，ホワイトノイズセミナーを聴講していた立場から，私にとっても近づきやすい気がする．

第1章では加法過程の基本的な例としてWiener過程（1次元Brown運動）とPoisson過程を導入している．第2章では確率過程の一般論が述べられ，特にMarkoff過程およびその特別なものとして加法過程が導入せられる．第3章はMarkoff過程に関するKolmogoroffの方程式および拡散方程式が論じられ，その応用としてWiener過程に関する拡散問題，円周上のBrown運動の構成が論じられる．第4章は定常過程の研究，第5章は加法過程の研究であって，前著の第7章が再現されている．第6章はWiener過程に関する極めて詳細な研究，第7章は2次元のBrown運動に関するLévyの研究をまとめたものとなっている．第8章は高次元の径数をもつBrown運動の研究である．最後にM.Loéve のfonctions aléatoires du second ordreが約50ページを占めている．

「Paul Lévyの業績」§3.（担当：渡辺毅）では次のように書かれている．

「この本は1948年に発表されたが，確率過程全般にわたる教科書としては世界でおそらく始めてのものであろう．そして新しい多くのideaや問題点が提起され（或いは埋蔵され）ている点で，その後にも類を見ないものである．この本の全体的な解明はこれ迄なされなかったし，我々にもそれをすることは出来なかった．それにも関わらず，この本は全体として前節で紹介した‘l’addition’よりもむしろ近づき易い感じがする．その理由には次のようなことが考えられる．①この本のテーマが我々の現在の研究に直接，間接に深く結びついていること，②第3期の研究がこの本で追求した方向とやや異なった位置にある（それは平行な関係といえよう）ことを除けばLévyのその後の研究（第4期）はこの本の直接の発展であるものが多いこと，③Lévy以外の人によっても，ここに含まれているideaが系統的に発展させられたものが少なくないこと等である．」

「Paul Lévyの業績」では，§3以外にこの本の後半の部分を§4.Brown運動と§7.多次元parameter Brown運動で，節を別にして述べている．1961年当時では，「加法過程の研究の傾向はむしろ彼のBrown運動の研究からの発展として見るほうが自然なものが多い．」と記述されている．

(2)日本人の確率論研究者のことばから

ア）伊藤清

伊藤清氏による書評には「本書は1934年から1939年までに主として著者によって得られた結果を述べたもので，前著Théorie de l'addition des variables aléatoires（Paris,1937）に続く労作である．叙述は極めて直観的，構成的でいかにもpioneerらしい風格を示しているが，基礎になる確率空間が明示されていない場合が多く，難しい部分がかなりある．」

さらに書評の中で，第1章から概要を述べ，第6章については個人的な感想を交えて次のように書いている．

「第6章はWiener過程（1次元のBrown運動）に関する極めて詳細な研究である．殊に著者の補間法，対称の原理，射影不変性などが駆使されて直観的で興味深い．X(t)をWiener過程としたとき

$Y_0 = |X(t) - X(0)|$，$Y_1(t) = \max_{0\le\tau\le t} X(\tau) - X(t)$, $Y_2(t) = X(t) - \min_{0\le\tau\le t} X(\tau)$,

がtの個々の値に対して同じ分布をもつのみならず，確率過程として同じ分布（それは函数空間の上の分布になる）をもつことを示すなど，いかにもLévyらしい深い研究である．」

「本書は直感的過ぎて分かり難いところもあるが，著者がいかにして新しい発見をして行ったかということが窺われ，原始林を開拓していく人の楽しい姿が目に見えるようである．」と述べている．

イ）飛田武幸

学生時代に伊藤清ゼミでこの本を読んだときのエピソードとして「一見平易そうに見える主張も，証明はもとより，その内容の重厚さであり，著者による深い内容の記述，それらにすっかり圧倒されてしまった．レヴィにとっては当然で，しかし我々にとっては難解な主張の例が多い．今では当然と思われるブラウン運動の強Markov性にあたる事実が手短な言葉で説明されているのは驚き

であった．当時私には証明も理解できなかった．同様なことが，彼の論文にも随所にみられる．本質的なことを見抜く直感と洞察力には敬服するのみであるが，それが人によっては誤解を招くことにもなった．」と記している．

ウ）池田信行

池田は「Paul Lévyの業績」の§4.Brown運動（Processus stochastiques et movement Brownienの内容の一部．§3.と節を別にして独立に設けた．）を担当し，Paul Lévyが無意識的に用いていた概念，例えば強Markov性等に対して一般的な定式化が与えられる必要があったことを指摘し，「Brownについての全体的注意」として次のように述べている．

「これまでLévyの結果を列記してきたが，これまでのべたもののなかにLévyの原形からみると変形されていたり，再証明されたりしたものが数多くある．例えば，一次元Brown運動の零点，local time, excursion 等についてはK.Ito-H.P.McKeanによって全面的に再編成されている．それらの理由の一つは，Lévyの原形の中には，その正当性を充分基礎づけられないままの方法で一貫して用いられているものがある．強Markov性の一種である“first passage time relation”が非常にしばしば用いられている．ところが，このような性質をより一般の過程について正しく把握することが，今日のMarkov過程の研究の発展の基礎になり，解析学一般との関係を明らかにするのに有効な手段となっている．」

４． Brown運動

「Paul Lévyの業績」でも，Brown運動はProcessus stochastiques et movement Brownienの内容の一部でありながら独立した章立てがされているように，Lévyの研究の中でもBrown運動は特別だと考えている．私はLévyがBrown運動に着目したことにその洞察力を感じている．

ブラウン運動の確率的表現のよさについて，レヴィは1955年の第3回バークレー・シンポジウムで“A special problems of Brownian motion and a general theory of Gaussian random functions”と題して

講演した.ここでレヴィはガウス過程の標準表現を提唱している.ガウス型r.f.Φ(t), t>0が与えられ，平均値は0としたときに，このΦ(t)からブラウン運動を構成して

Φ(t)=$\int_{O}^{t}$ F(t,u)ξ$_{u}\sqrt{du}$と表現した.

Φ(t)はtの動きに従って変化する偶然量であり，それは相互に複雑に関連しあって変化するため簡単にその行動を規定することはできない.共分散関数を計算したとしても多次元の同時分布をみることになるだけで，tの動きに応じた変化の様子は簡単には分からない.しかし上述のように表現すると，ブラウン運動が時間の変化に応じて逐次独立な偶然量を加えていき，しかもガウス分布に従う.その変化量はランダムでない係数F(t,u)のウエイトがかかって時間進行に応じたΦ(t)の変化の様子が明らかになる.

Paul Lévyの興味深い例がある.

ガウス函数Ψ(t)=$\int_0^t(\alpha t+\beta u)$ξ$_{u}\sqrt{du}$の共分散として，

Φ’’$_{i}$(t)=2$\int_{O}^{t}(u+\tau_i(t-u))$ξ$_{u}\sqrt{3du}$,(i=1,2；τ$_{1}$=2, τ$_{2}$=-3)について

Φ’’$_{1}$(t)=2$\int_{O}^{t}(2t-u)$ξ$_{u}\sqrt{3du}$, Φ’’$_{2}$(t)=2$\int_{O}^{t}(-3t+4u)$ξ$_{u}\sqrt{3du}$

Φ(0)=Φ’(0)=0のときΦ$_{i}$(t)=$\int_{O}^{t}\left(u(t-u)^2+\frac{\tau_i}{3}(t-u)^3\right)$ξ$_{u}\sqrt{3du}$

Φ(t)=t^{n-2}M(t)とすると

M$_{1}$(t)=$\int_{O}^{t}\left(\frac{2}{3}-\frac{u}{t}+\frac{u^3}{3t^3}\right)$ξ$_{u}\sqrt{3du}$,M$_{2}$(t)=$\int_{O}^{t}\left(-1+4\frac{u}{t}-5\frac{u^2}{t^2}+2\frac{u^3}{t^3}\right)$ξ$_{u}\sqrt{3du}$

これらは，表現は違うが同じガウス過程である.

ただしM$_{2}$(t)が[0,t]で知られたときはM$_{1}$(t)が[0,t]で知られたときよりも多くの情報を与える.これらの証明は，第3回バークレー・シンポジウム“A special problems of Brownian motion and a general theory of Gaussian random functions”1956と，Brownian motion Depending on n Parameters :The Particular n=5,に詳細に記述されていて非常に興味深い.Lévy自身，この結果に大変驚いたと言っている.「しかしこの結果によって私はGauss型確率関数を深く研究す

るようになり，一般論を確立することができた」(Paul Lévy,1973)と述べている.

５. Paul Lévyの直観的記述・難解さについて

§5 Markov chain(担当：野本・国田)においては次のように書かれている.「Paul Lévy特有の直観的imageにもとづく記述や彼の個性に富んだやり方のために，理解が甚だしく困難で，そのため基本的と思われる定理やその他のideaについて照会ができない部分が多い.」さらに「連続パラメータの場合には，いろいろな場合を通じて，pathsの連続性が関係してくるが，Paul Lévyは遷移確率から，どの程度の連続性を持ったpathsを構成できるかという段階の問題については，その事情を明らかにしない場合が多く，必要上考慮しなければならない連続性は自明の事実の如くに取り扱っている.」

§8 結びでは,「現代数学的形式は, Lévyが研究した各々の時代には未だ確立されていない点が多かった. そこで彼はすべてをそれらの形式を整えて問題を進めていく形をとっていない. 従って彼の結果の多くは形式上の完全性―即ち公理系よりの演繹する論理の体系―をもっていない. 例えば$dB(t,\omega)=B'(t,\omega)\sqrt{dt}$という形で考えている. ところがBrown運動のpathsは殆どすべていたるところ微分不可能なわけであるから，この式は特別の意味づけを要するわけであるが，彼は直観的説明だけでしばしばこれを用いて成功している. このような状態にあるため，彼の論文は通常難解だといわれている. そうして，彼を天才的とする方向と，彼を全く敬遠してさけてゆく二つの方向が確率論研究者の間に見られる. 」と語っている.

1987年にレビィ生誕100年を記念して開催されたシンポジウムで，彼の女婿であるシュワルツが，レビィの本や論文は極めて難解であり，その難解さのため，フランスですら広く認められる状況ではなかったと話している.

またダン・ストゥルックは，「P.Lévyは伊藤という解釈者を得たという幸運により，今日の名声を享受できたと私は考えている」と

述べている.

伊藤清氏自身，レヴィやコルモゴルフのやっていることをよく理解したいとだけ思っていたのであって，何か新しいものをしようと考えていたわけではなく，レヴィのものをきちっとやろうとしたのだと語っている.

６．結び

筆者は，ホワイトノイズセミナーに3年間出席し，飛田氏からPaul Lévyの話を何度も伺っていた．飛田氏は京都大学数理解析研究所の研究集会「数学史の研究」で2000年に「Paul Lévyの遺したもの」と題して講演している（この年はホワイトノイズがMath.subject classification 60H40の番号を与えられた年でもある）．また津田塾大学の数学史研究会でも何度もPaul Lévyについて語っていた．私のPaul Lévyのイメージは飛田氏を通したものであった.これほど数学者が長年にわたって傾倒するPaul Lévyの数学が，当時の日本の確率論研究者にどのように捉えられ，どのように受け入れられていたのかについて考えてみたかった.

図４ 晩年のPaulLévy（飛田氏撮影）

ほぼすべての（日本人）数学者は, Paul Lévy の数学に難解さを感じていた．筆者の目から見ても調べれば調べるほど，飛田の傾倒ぶりは異端ではなかったかと思えた．Paul Lévy の原書を眺めてみると，全体を捉えようとしながらその細部に深い考察があり緻密さがあり，それから学びたいと考えた数学者が多いことやその垣根の高いことも推測できた．筆者にとっては，Processus stochastiques et movement Brownien に加えて，第 3 回バークレー・シンポジウム“A special problems of Brownian motion and a general theory of Gaussian random functions” 1956 と，特に変数 n=5 の場合のブラウン運動について述べてある Brownian motion Depending on n Parameters :The Particular n=5, Applied Probability, Proceedings of

Symposia in Applied Mathematics Volume VII,1957 が興味深い.

Paul Lévyの考えていた数学を分かりやすく書き直したものが,現在の確率論の中にも多く存在しているため,Lévyの数学を理解するということは,その後の広範に及ぶ確率論を理解するということにも繋がり,大仕事であることが容易に想像できる.逆に,例えば伊藤清自身「何か新しいものをしようと考えていたわけではなく,レヴィのものをきちっとやろうとしたのだ」と述べているので,伊藤の書いたものを理解することで,Lévyの伝えたかった数学の一部を理解するということにもなるのであろう.

伊藤清は,1938年にPaul Lévyの数学に触れ,新しい確率論の本質を見いだし,そこに見える一筋の光の中を歩いて行こうと思った.さらに「確率過程とブラウン運動」を読めば「本書は直感的過ぎて分かり難いところもあるが,著者がいかにして新しい発見をして行ったかということが窺われ,原始林を開拓していく人の楽しい姿が目に見えるようである.」と書いた.Paul Lévyのよき理解者であり,その数学の中に本質と楽しみを見出し,Paul Lévyの数学を広めた第1人者であるとともに,美しい伊藤の公式などを生み出している.

「Paul Lévyの業績」を池田らは次のように結んでいる.「これまで我々がPaul Lévyの著書や論文について理解し得た事を紙面の許す限り述べてきたが,概観での主張を繰り返すまでもなく,彼の業績はその殆どが現在でも尚重要とされる事柄であるという感を深くした次第である.最後に,我々の持つ所感,さらには残された問題点についてここで提起できるものを,認識の足らない所のあることを怖れつつも可能な限り列挙した.勿論これをもって終わりとするわけでもないしLévyの確率論における研究内容や思想を理解しえたとするものでもないが,一先ずここでペンをおくことにしたい.」

2006年の国際数学者会議ICMで,大きな賞が2つ確率論にもたらされた.1つはウェルナーのフィールズ賞であり,もう一つは伊藤清の第1回ガウス賞である.ウェルナーはパリのエコール・ノルマルでルガールの指導のもと,確率論を学んだが,ルガールはレ

ヴィの流れを汲むヨールの影響を色濃く受けており，これら2つの賞にレヴィは関わったこととなる．この後，確率論の数学における位置づけが大きく変わったといわれている．

参考文献

[1]Glenn Shafer and Laurent Mazliak, Juin “An autobiographical note by Paul Lévy, written for Takeyuki Hida in 1969”, Journal Electronique d’Histoire des Probabilités et de la Statistique Vol5,nº1, 2009

[2]飛田武幸,確率場の理論―特にホワイトノイズの超汎函数について,The Physical Society of Japan, P606-P613, 1975

[3]飛田武幸,「Paul Lévyの遺したもの」, RIMS研究集会数学史の研究, 2000

[4]T.Hida,SiSi, Lectures on White Noise Functionals, World Scientific, 2008

[5]飛田武幸,レヴィの数学とホワイトノイズ理論 ，第25回数学史シンポジウム, 2014

[6]池田信行ほか，SEMINAR on PROBABILITY vol.9 Paul Lévyの業績，確率論セミナー，1961,

[7] K.Ito，On stochastic processes(I), Jap. J. Math., 18, 261-301, 194

[8] 伊藤清,確率論，岩波現代数学，1953

[9] 伊藤清,新著紹介/ Paul Lévy: Processus stochastiques et movement Brownian, 「数学」第5巻，第2号，1953

[10] 伊藤清,確率過程Ⅰ，岩波講座現代応用数学，1957

[11] 伊藤清,確率過程Ⅱ，岩波講座現代応用数学，1957

[12]伊藤清， 確率論と歩いた 60 年， 第 14 回京都賞記念講演抄録，1998

[13]伊藤清,確率論と私，岩波書店，2010

[14]河田敬義，「確率論」共立出版，1948

[15]国沢清典，確率論に於ける極限定理，中文館，1950

[16]Marc Barbut, Bernard Locker, Laurent Mazliak, “Paul Lévy and Maurice Fréchet”50 Years of Correspondence in 107 Letters,

Springer, 2004
[17]名古屋大学理学部・大学院理学研究科,「飛田武幸博士—ホワイトノイズ解析の創始者—」名古屋大学理学部・大学院理学研究科広報誌「理 philosophia」(spring-summer2017), 2017
[18]名古屋大学理学同窓会法 No13, Spring2010
[19]Paul Lévy, Calcul des probabilites , Gauthier Villars,Paris, 1925
[20] Paul Lévy, Notice sur les travaux scientifiques de M.Paul Lévy, Hermann, Paris, 1935
[21]Paul Lévy, Théorie dé l'addition des variables aléatoires, Paris, Gauthier-Villars, 1937
[22]Paul Lévy , Processus stochastiques et mouvement brownien, Gauthier-Villars, 1948
[23]Paul Lévy, Systémes markoviens et stationaires cas dénombrable, Ann. Sci. Ecole. Norn. Sup.68 40-381,69,203-212, 1951
[24]Paul Lévy, A special problems of Brownian motion and a general theory of Gaussian random functions, Univ.of Californian,1955, pp133-175
[25] Paul Lévy, Brownian motion Depending on n Parameters :The Particular n=5, Applied Probability, Proceedings of Symposia in Applied Mathematics Volume VII,1957, pp1-20
[26]高橋陽一郎, 伊藤清の数学, 日本評論社, 2011
[27]田中紀子, Paul Lévy"INSTITUT DE FRANCE ACADÉMIE DES SCIENCES TROISIÈME CENTENAIRE 1666-1966" Gauther-Villares edteur 1967 飛田武幸先生から教わったこと—確率論ことはじめ—, 第 26 回数学史シンポジウム, 2016
[28]田中紀子, Paul Lévy の自叙伝的な手記, 第 27 回数学史シンポジウム, 2017
[29]田中紀子, Probability Theory of Paul Lévy -From the point of view of Kiyoshi Ito and Takeyuki Hida-, RIMS 講究録別冊, 2018,