The history of policy reserves in actuarial mathematics

Suzuki Shinji

Policy reserve is one of the most central concepts of actuarial mathematics and its importance has not changed from the dawn of modern life insurance to the present.

However, it is surprisingly difficult to look at its history, since actuarial mathematics is not usually taken up as a subject in general mathematical history.

Therefore, the main purpose of this thesis is to briefly explain the historical origins of classical topics concerning policy reserve, as they appear in standard texts of actuarial mathematics.

It also presents life sketches of various actuaries that are not taken up in general mathematical history.

This paper will be able to assert the original academic findings, such as a corrected chronology of the current definition of policy reserves and the first appearance of retrospective methods of valuing policies.

Though policy reserve is a plain topic, I believe that it should be studied as a basic historical fact in this field.

保険数理としての責任準備金の歴史

保険数学の中心概念

鈴木　真治

目次

91

0 はじめに

本論は，昨年，当シンポジウムで発表した『Ｈａｌｏ　Ｎｏｔａｔｉｏｎの由来』の続編に当たる．前回は触れなかった生命保険数理の中心的なテーマである「**責任準備金**」に焦点を当てた内容となっている．

一般には聞きなれないこの専門用語は，英語の**reserve**の訳語として導入され，明治31年8月公布の農商務省令において初めて使用された．それ以前は各社まちまちで，たとえば明治生命では「繰越積立金」，日本生命では「保険準備積立金」が使われていた．この用語の意味するところを標語的に表現するならば「**保険会社が将来の保険金や給付金の支払いのために積み立てておくべきもの**」と言える．そして，その重要性を端的に理解するには，2016年度の決算結果の例ではあるが，日本の生命保険会社全体の責任準備金の総額が，総資産の86％に当り，しかも，この値が，収入保険料のような単なる計上値ではなく，厳格な数式による計算値であると云う事実を，指摘しておくだけで十分であろう．この計算方式をちょっと変えただけで，会社の収支状況は大きく変動し，支払余力もがらりと変わってしまうからである．この責任準備金に，厳密な数式表現を与え，その性質を解明することは古典的な保険数学のなかの中心的な問題の一つであった．

昨年の論文でも触れたことであるが，この分野に対する本流の数学史家の興味は薄く，その重要性に比して，扱っている著書が極端に少ないように思われる．本論でもそのことを考慮して，先行研究の整理と筆者自身の研究結果を併記し，アクチュアリーたちの点描も鏤めると云う前論文の方式を踏襲することとした．

尚，本論で，学術的にオリジナリティーを主張できそうなものとしては，責任準備金の現在の定義についての年代記の修正，過去法による責任準備金の初出の紹介などが挙げられるであろう．これらは地味な話題ではあるが，この分野での基礎的な史実として確定されるべきものと信じている．

【読者への注意】

本文中に散見する「ベイリー（39）は，1810 年に出版していた自著『生命年金および生命保険の原則』の 1813 年版の補遺に『生命年金の価額計算の新しい方法』としてバレット（61）の計算基数を載せた．」のような名前の後の括弧数字は，そのときの年齢を指すものとする．また，西暦年の後の括弧数字も同様で，誰の年齢を指すかは前後関係で特定される．

72

1 保険数理の一大発明—平準払純保険料[1]

責任準備金について語る前に，**平準払純保険料**という保険業界に革命をもたらした現代保険数理の画期的な発明について触れておきたい．後で詳しく説明するが，責任準備金は平準払純保険料の発明から必然的に生まれる概念であり，平準払純保険料を抜きにして論ずることは出来ない．

歴史的には，**ジェームズ・ドドソン**(45)が 1755 年に発行した『**数学博物館**』（全 3 巻）の第 3 巻の最後から 2 問目の問 97 の中で，初めてその姿を密やかに現している．[2]しかし，トドハンター[3](45)が有名な『確率論史(1865)』で，この本の第 2 巻には確率論については「新しいことや重要なことは何一つ載っていない．」(593 節)と酷評したあと，「第 3 巻もすべて年金に関するものである．」と触れるに留めたくらいであるから，平準払純保険料のアイデアの革新性についてはまったく理解していなかったのであろう[4]．初出以来 100 年以上も後に，しかも，トドハンターのような生命保険にも造詣が深い人物でさえ見逃したくらいだから，この当時，ドドソンのアイデアの秀逸性を嗅ぎ取るものは極めて少なかったと思われる．しかし，彼自身はこのアイデアに揺ぎ無い自信を持っており，死の前年（1756）に書かれた『**保険に関する初めての講義**』では，具体的に保険会社を立ち上げるためのいろいろな必要事項を考察している．それらは真に現代保険会社の在り様を予言するものであり，1762 年に設立された**エクイタブル・ソサイアティー**は，彼の思想を体現した会社であった．

俯瞰した目で言うならば，平準払純保険料があるからこそ，死亡率が増大するにも拘らず，長期契約においても一定の保険料で一定の保障を維持することが可能となったのであり，この方式抜きでは有用な保険制度を創設することは不可能と思われる．実際，エクイタブルが現れる前は，1 年定期が基本で，終身保険は，毎年の保険金額が確定しないという大変不便なものしか提供されていなかった．

ここでは歴史的考察に入るまえに，先ず，平準払純保険料およびそこから必然的に生じる責任準備金の概念を順々に図説によって，直感的に把握

---

[1] net level premium

[2] Richard Hayes による『生命年金の価額付に対する新しい方法(1727)』のなかに平準払純保険料の先駆的なアイデアが見い出されるが，Dodson への影響は不明．

[3] Isaac Todhunter(1820-1884)

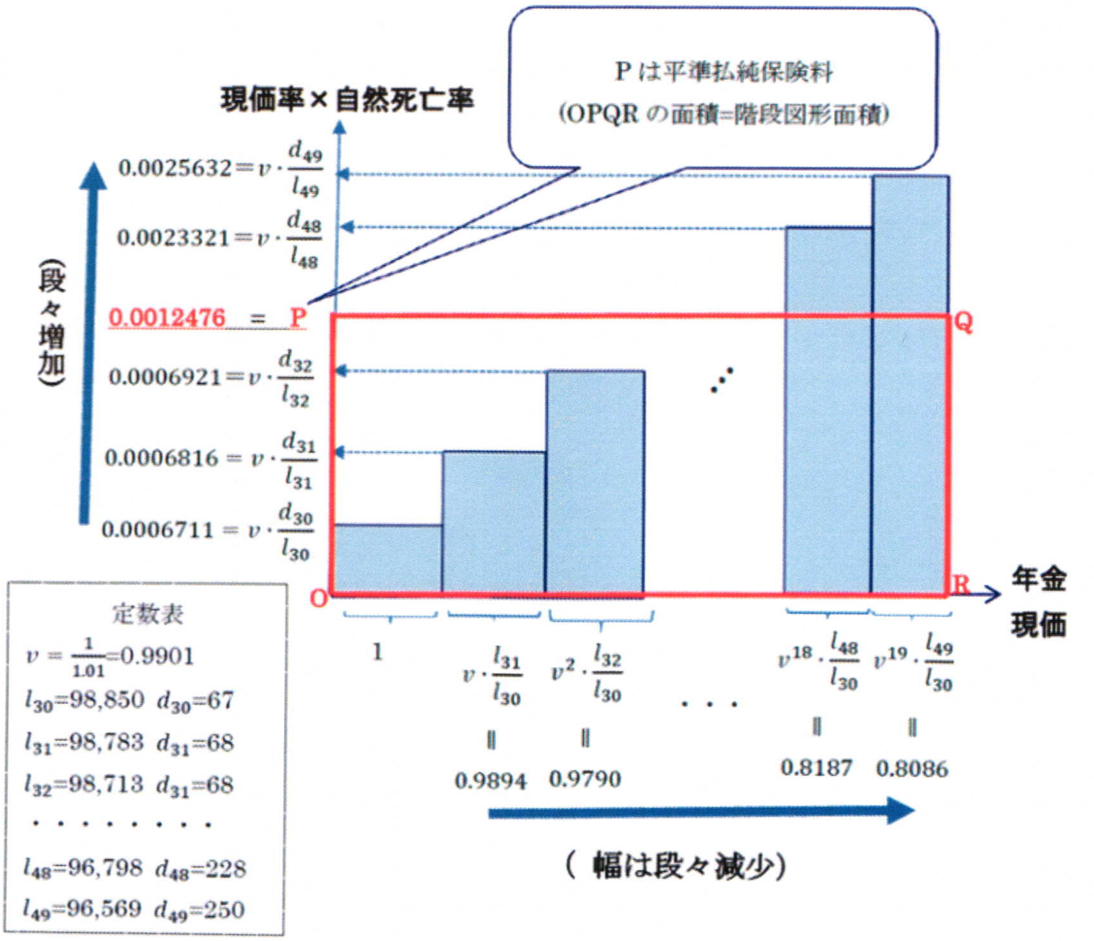
[4] Todhunter がこの本を出版したとき，エクイタブルが世に出て既に 100 年以上の歳月が流れており，ロンドン・アクチュアリー会も 17 年前には設立されていた．それにも拘わらず，これ程の大家にさえも知られていなかったと云う歴史的事実は，当時の保険数理のアカデミックな位置づけを考える上で，記憶に値する．

73

していただくことを目指したい．これらは精確に理解しようとするならば，保険数学をきちんと学ばなければならないが，考え方の理解だけならば，図説である程度は賄えるであろう．

先ず，平準払純保険料の仕組みの直感的な図説を与えておく．

30 歳男性が 20 年満期の定期保険で，保険料は年払，保険金 1 の期末払の契約に加入した場合を以下に例示しておく．予定利率として 1%，予定死亡率は生保標準表 2018（死亡保険用）を使用した．
縦軸と横軸の数式（あるいは数値）の意味が分かりにくいと思うので説明しよう．



先ず，横軸は，20 個の区間に分けられ，その区間の長さ（幅）は，順に $1, v \cdot \frac{l_{31}}{l_{30}}, \ldots, v^{19} \cdot \frac{l_{49}}{l_{30}}$ となる．そして，この区間の長さが意味するものは，

74

たとえば3番目の区間の長さ$v^2 \cdot \frac{l_{32}}{l_{30}}$の場合，3年目の期始時点で，加入者の男性が生きていて保険料1を支払うことが出来る期待値 $1 \times \frac{l_{32}}{l_{30}}$ の加入時（つまり2年前）の現価である（つまりv^2を掛ける）．そうすると，この横軸の区間の長さの和 $1 + v \cdot \frac{l_{31}}{l_{30}} + \cdots + v^{19} \cdot \frac{l_{49}}{l_{30}}$ は,加入者が加入してすぐ（つまり第1年度の期始）に1を支払い，以後，各年度の期始に生きていれば1を支払う，という払い方を20年間行う場合の支払額の期待値の現価である[5].

次に，縦軸は，横軸の20個の区間に対し，順に，$v \cdot \frac{d_{30}}{l_{30}}, v \cdot \frac{d_{31}}{l_{31}}, \ldots, v \cdot \frac{d_{49}}{l_{49}}$ なる値を取る．これらの値は，たとえば3番目の値 $v \cdot \frac{d_{32}}{l_{32}}$ については，3年目の期始に生存している場合で，その年度中に死亡して保険金1をその年度の期末に支払われる期待値 $1 \times \frac{d_{32}}{l_{32}}$ のその年度の期始の現価である（つまりvを掛ける）．横軸の場合と違って，掛ける現価率はすべてvであることに注意しておく必要がある．

さて，階段状の色付きの図形を横軸の20個の区間に対応する20個の長方形に分け，それぞれの面積を横×縦で求めて見よう．

$$1 \times v \cdot \frac{d_{30}}{l_{30}}$$

$$v \cdot \frac{d_{31}}{l_{31}} \times v \cdot \frac{l_{31}}{l_{30}} = v^2 \cdot \frac{d_{31}}{l_{30}}$$

$$v^2 \cdot \frac{l_{32}}{l_{30}} \times v \cdot \frac{d_{32}}{l_{32}} = v^3 \cdot \frac{d_{32}}{l_{30}}$$

・・・・・・・・・・・・・・・

$$v^{19} \cdot \frac{l_{49}}{l_{30}} \times v \cdot \frac{d_{49}}{l_{49}} = v^{20} \cdot \frac{d_{49}}{l_{30}}$$

これらの和 $v \cdot \frac{d_{30}}{l_{30}} + v^2 \cdot \frac{d_{31}}{l_{30}} + \cdots + v^{20} \cdot \frac{d_{49}}{l_{30}}$ は，加入者が，加入してから20年間の間のどこかで死亡したとき，その年度末に保険金1が支払われると云う確率的試行の期待値の加入時の現価である．[6]例えば3年目の年度中

[5] 期始払生命年金のアクチュアリー現価と言い，$\ddot{a}_{30:\overline{20|}}$と簡潔に表現される．

[6] 期末払定期保険のアクチュアリー現価と言い，$A^{1}_{30:\overline{20|}}$と簡潔に表現される．

75

に死亡して第3年度末に保険金1が支払われる期待値は$1\times\frac{d_{32}}{l_{30}}$であり，その加入時の（つまり3年前の）現価は$v^3\cdot\frac{d_{32}}{l_{30}}$である（つまり$v^3$を掛ける）．

階段状の色付きの図形の面積の意味が一応分かったところで，この図における P の図形的な意味は次の通りである．そして，この P こそが平準払純保険料率となる[7]．同じ条件（30歳，男性）の充分大勢の人々が，このように設定されたPを毎年始に生きている限り保険会社に20年間払い続ければ，保険会社は年々増加していく予定された死亡率と予定された利率の下で死亡年度末に1を受取人に20年間支払い続けることを賄えるのである．

階段状の色付き図形の面積＝死亡した年度末に保険金1が支払われる期待値の加入時の現価
||（等しい）
長方形 OPQR の面積＝各年度始に生きていれば保険料 P を支払う期待値の加入時の現価

平準払純保険料率を図で説明したが，縦軸や横軸の意味はやはり複雑で分かりにくいかもしれない．そこで，いくつかの近似を行うことで，この図をもっと分かり易くする方法を考える．

先ず，予定利率を0で近似すれば現価率vは1となり，図にある定義式はかなり簡単になる．更に，横軸の幅をすべて1とみなすという近似を行えば，縦軸は自然死亡率，横軸は加入した男性の年齢（正確には30+年齢）とみなすことが出来る．そうすると，平準払純保険料 P が近似的には30歳から49歳までの自然死亡率の平均になっていることが分かる．

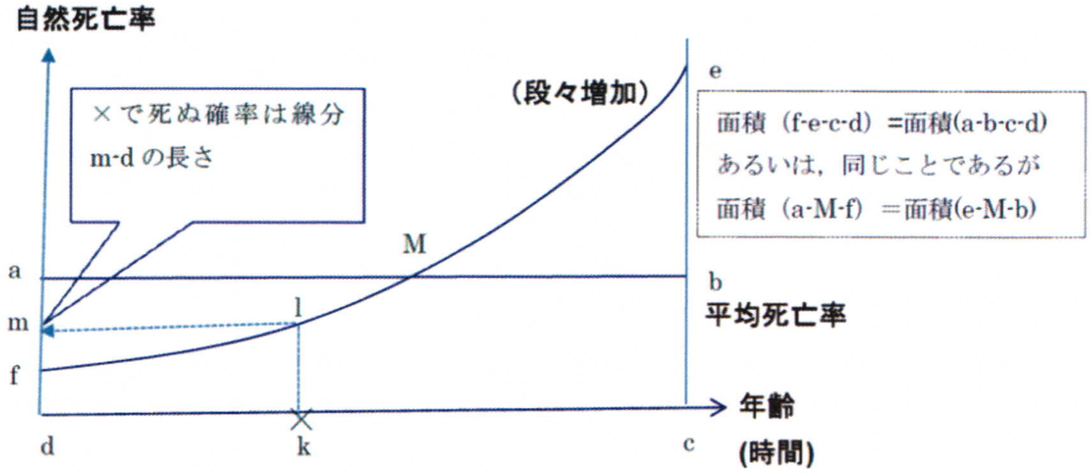
定期保険の平準払純保険料率≒自然死亡率の平均

---

7 保険料年払保険金期末払定期保険の平準払純保険料率で，$P^{1}_{30:\overline{20}|}$と簡潔に表現される．

76

平準払純保険料率のイメージを把握するだけならば，上記の近似を施した図で考察しても十分であり，見づらい階段状図よりも次のような連続グラフの方が模式図としてはより見易いので，この方式を使うことにする．これは死亡率や利率を反映させる単位区間の長さを１年→１ヶ月→１日…と縮小して考えているだけである．従って，「ある瞬間に死亡する確率は0ではないか？」のような問題で悩む必要はない．



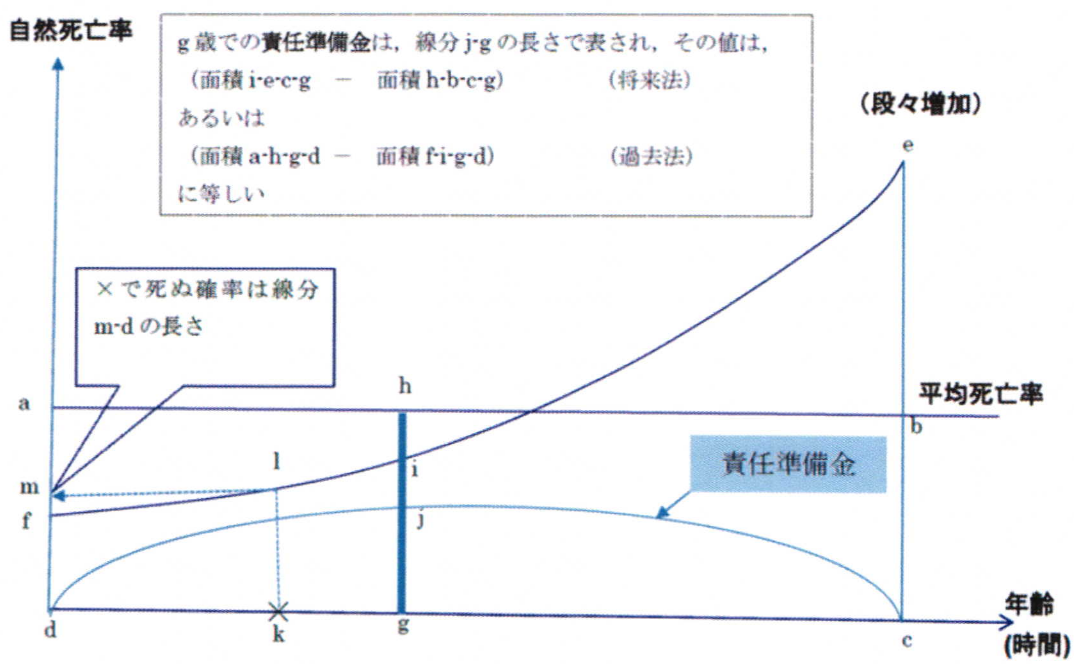
たとえば，30 歳男性で 10 年満期の保険金１の定期保険を考えてみよう．上図では，d を 30 歳，c を 50 歳に読み替え，曲線 f-e は 30 歳から 50 歳の間の自然死亡率を表しているとする．具体的には，30 歳の男性が k の直前まで生きて，k で死亡する確率は線分 d-m の長さに設定する．そのような曲線は段々増加していくであろう．ここで，外枠 f-e-c-d で囲まれる図形の面積と等しくなるように長方形 a-b-c-d を取るとき，線分 a-d の長さを自然死亡率 f-e の平均死亡率と呼ぼう．この平均死亡率が(保険金１の定期保険の)平準払純保険料の近似値になっている．[8]

つぎに，平準払純保険料の仕組みとこの保険料から必然的に現れる責任準備金について，直感的な図説を与えておく．

先ほどと同じく，30 歳男性で 20 年満期の定期保険を考えてみよう．

[8] 参考までに，定期保険の平準払純保険料の精確な定義式を与えておく．$P^{1}_{x:\overline{n}|} = \frac{A^{1}_{x:\overline{n}|}}{\ddot{a}_{x:\overline{n}|}}$

このとき年齢 g において，将来の支払は外枠 i-e-c-g で囲まれる図形の面積値になると予想され，一方，収入保険料は，長方形 h-b-c-g の面積値になると予想されるので，（面積 i-e-c-g － 面積 h-b-c-g）の値の積立金が準備されていないと将来の支払いが賄いきれないであろうことが分かる．この値は（面積 a-h-g-d － 面積 f-i-g-d）とも等しいことは，面積 f-e-c-d が面積 a-b-c-d であることから分かるであろう．以上から，年齢 g における責任準備金は，（面積 i-e-c-g － 面積 h-b-c-g）の値（これを将来法による責任準備金と言う）であり，かつ（面積 a-h-g-d － 面積 f-i-g-d）の値（これを過去法の責任準備金と言う）とも等しい．この値が線分 j-g の長さに等しくなるように責任準備金[9]を表す曲線 d-j-c を定める．



2 近代的生命保険の父―ジェームズ・ドドソン

2000 年 12 月，世界最古の生命保険相互会社と言われるエクイタブル生命が新規募集を停止し，実質的な経営破たんとなった．この老舗中の老舗がこのような終わり方をした原因は，膨大なペンローズ報告であらゆる角度から詳細に分析されており，本論ではこの件については触れないこととする．ただ，筆者は，ある種の喪失感と一抹の寂しさを感じた．それは，エクイタブルが単に初めての近代的生命保険会社だからなのではなく，一

[9] 参考までに，精確な定義式を与えておく． ${}_tV^1_{x:n|} = A^1_{x+t:n-t|} - P^1_{x:n|} \cdot \ddot{a}_{x+t:n-t|}$

人の人物の生命保険に対する理想を具現化したものであることを知っているからかもしれない.

我々は，1762 年に発足され，「アクチュアリー」と云う用語まで作ったこの会社の実質的な立役者であるジェームズ・ドドソンと云う人物に光を当てたいと思う．彼はしばしば近代生命保険の父と呼ばれるが，生命表に基づく平準払純保険料を初めて発案し，未だ誰も見たこともない近代的生命保険業のヴィジョンを預言者のように明確に指し示した後，一枚の肖像画も残さずに消えていった不思議な男である.

ドドソンは成し遂げた業績に比して，名声には乏しく，詳しいことが殆ど分からない．ただ幸いにも，彼のひ孫で著名な数学者でもあるド・モルガンが 24 ページの小伝を残してくれているので，我々はこの小伝と最近の伝記に則ってドドソンの人生と業績を眺めていくことにする.

ジェームズ・ドドソンの幼少時の記録はほとんど残っていないが，1710 年よりも後に生まれたことは有り得ない．後で触れるが，1756 年時点で彼は 46 歳以上であったことは確かだからである.

ドドソンの祖父はエドモントンで仕立屋をしており，父もマーチャント・テーラー・カンパニーの名誉市民となっている．1733 年，ドドソンは，家督により，マーチャント・テーラー・カンパニーの自由人になることが許され，1735 年には，エリザベスと結婚している．彼の残された手稿をみると，相当の達筆であったことが伺われる．それは当然で，彼は若い頃，習字教室を開いて生計の足しにしていたからである．しかし，1747 年までは，自分の職業を主計士で数学教師と言っている．その内実は，現在の目から言えば，数学教師に加えて会計士とアクチュアリーとビジネスコンサルタントを合わせたようなものだったと推察できるが，正規の職と言える様なものではなかったと思われる．おそらく，彼は幾ばくかの遺産を引き継いだのであろう．と言うのも，1742 年(32)に『逆対数基準書』を公刊しており，このような著作は，まともに就業していては書けるような代物ではないからである．本書は，18 世紀の複利計算の歴史において重要な著作であった．同年(32)，『数学博物館　第 1 巻』も出版している．この当時，彼はド・モアヴルの弟子であったとも伝えられ，この第 1 巻は師に捧げられている.

1752 年(42)に，王立協会に提出した『ジョン・ロバートソン F・R・S 等に対する書簡に含まれているブレスラウ死亡表に表示された生命の減衰率に関する批評』を皮切りに，1753 年(43)『対数級数』，『数学博物館　第 2 巻』，1754 年(44)『生命年金の価値と生存率の確率に関する報告』，1755 年(45)『数学博物館　第 3 巻』と，力作を連発している.

09

『数学博物館』の第 3 巻が発行された年に，この三巻本が評価されて，ドドソン(45)は王立科学アカデミーに招聘され，同時にクリスチャン・ホスピタル学校の数学教授に任命されるに至った．

この翌年，1756 年，生涯保証された地位を獲得して，既に，二男一女の父親になっていたドドソン(46)は，自分の家族の将来設計を考えて，アミカブル・ソサエティの保険に加入しようとするが，年齢制限により謝絶されてしまう．当時のアミカブルが提供していた生命保険は 12 歳以上 45 歳未満の健康な人を同一保険料で引き受けるというものであった．これがきっかけとなって，ドドソンは，エドモンド・ハレーによって以前に定められた科学的原理に基づき，保険料をその危険に応じて年齢で定める，エクイタブル（公平な）ソサエティ（組合）の創設を考えるようになった．[10]

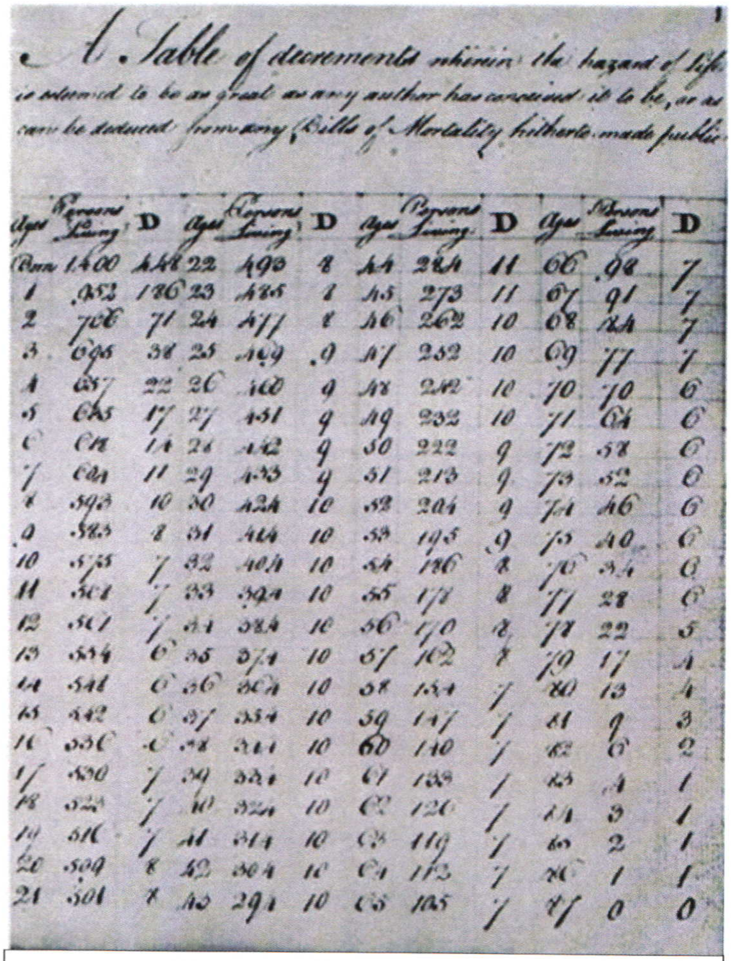
ドドソンは，自分を蹴飛ばしたアミカブル・ソサエティ流の相互主義のアプローチには 2 つの大きな欠点があると感じていた．第一に，そのような制度の大半は年齢に関係なく保険料率が設定されているため，若年加入者にとって不公平であったこと．第二に，収入保険料が少なく，死亡者数が多い年には，受取人に支払う額がほとんどないことである．

---

[10] このエピソードは非常に有名で，Walford の『保険百科事典』に載っている．Walford 自身は，この件に関しいくつかの引用例を提供しており，少なくとも 1769 年には，創業者たちの名前の入った文書にこのエピソードを見ることが出来る．そして 1828 年の Morgan の所見の引用が最も具体的で詳しい．

80

ドドソン(46)は，長期契約に平準払純保険料を提供する計画を策定し，1756 年 3 月 2 日に，クイーンズ・ヘッドで共催者を募る第 1 回目の説明講演を開いた．この講演は毎週行われ，その内容は『保険に関する最初の講義』として残っている．この講義録は，文字通り，生命保険業の事務管理原則についての初めての研究であった．その保険料計算のもとになった死亡率は 1728-1750 のロンドンの生命表に拠っている．また，彼は，シンプソンにかなりの技術的支援を受けていたと思われる．



A Table of decrements wherein the hazard of life is esteemed to be as great as any author has conceived it to be, or as can be deduced from any Bills of Mortality hitherto made public

Age	Persons Living	D	Age	Persons Living	D	Age	Persons Living	D	Age	Persons Living	D
Born	1400	448	22	493	8	44	284	11	66	98	7
1	952	186	23	485	8	45	273	11	67	91	7
2	766	71	24	477	8	46	262	10	68	84	7
3	695	38	25	469	9	47	252	10	69	77	7
4	657	22	26	460	9	48	242	10	70	70	6
5	635	17	27	451	9	49	232	10	71	64	6
6	618	14	28	442	9	50	222	9	72	58	6
7	604	11	29	433	9	51	213	9	73	52	6
8	593	10	30	424	10	52	204	9	74	46	6
9	583	8	31	414	10	53	195	9	75	40	6
10	575	7	32	404	10	54	186	8	76	34	6
11	568	7	33	394	10	55	178	8	77	28	6
12	561	7	34	384	10	56	170	8	78	22	5
13	554	6	35	374	10	57	162	8	79	17	4
14	548	6	36	364	10	58	154	7	80	13	4
15	542	6	37	354	10	59	147	7	81	9	3
16	536	6	38	344	10	60	140	7	82	6	2
17	530	7	39	334	10	61	133	7	83	4	1
18	523	7	40	324	10	62	126	7	84	3	1
19	516	7	41	314	10	63	119	7	85	2	1
20	509	8	42	304	10	64	112	7	86	1	1
21	501	8	43	294	10	65	105	7	87	0	0

「手とペン」による生命表は，1728-1750，ロンドンの死亡統計表から、ジェームズ・ドッドソンによって構成され，エクイタブル・ソサエティの許可を得て複製された．

皮肉にも，ドドソンはアミカブルに謝絶された翌年，1767 年に 47 歳の若さで急逝した．加えて，彼の計画は，1761 年にアミカブル・ソサエティを初めとする他の組合から抗議された後，勅許を拒否され，胡散霧消するかと思われた．しかし，**エドワード・ロウ・モーレス**[11](31)をはじめとする彼の共催者達が任意組合の形で事業を始め，彼の遺志を 1762 年に実現させた．

ドドソンには，人を惹きつける魅力があったようである．「自分が生命保険会社設立のプロジェクトに参加したのは，主としてドドソンとの付き合いが楽しかったからだ.」後年，モーレスはこのように述懐している．多くの良心的な教師がそうであるように，学術的な興味を有してさえいれば，彼は誰とでも愉快な仲間になれたのであろう．彼の元に集まった有志たちは，ドドソンが亡くなったあとも，彼の遺族に対して温かかった．ド

[11] Edward Rowe Mores(1731-1778)

81

ドソンの遺族には，彼が残した生命表の使用料として 300 ポンドが支払われたし，ドドソンの息子は，父親と違って数学の才能には恵まれなかったが，２１歳で２代目アクチュアリーとして採用されている．しかも，会社経営にとっては大きなハンディキャップであることを知りつつも，エクイタブルの加入者には保険金 100 ポンドにつき 15 シリングの入会金が課せられ，これがドドソンの子供たちに支払われた．

ドドソンを巡る一連の出来事，アミカブルからの保険加入の謝絶，翌年の突然の死，残された遺族のエクイタブルによる経済的救済を見るにつけ，筆者には，この人物が，近代生命保険制度の設立を天から委ねられてこの世に現れたと思えて仕方がない．

3 責任準備金の黎明

責任準備金の歴史を調べるにあたって，最初の悩ましい問題は，どの時点をもって責任準備金が，歴史のなかに現れたかを決定することである．後で詳しく触れるが，現在の責任準備金の算式が特定されるのは，19 世紀になってからである．しかしながら，18 世紀には，既に終身保険が販売されており，現在の眼から見れば必ずしも適切とは言えないが，その頃の保険にも，将来の支払いのための体系的な事前積立が，一応はあった．それ故，我々の立場としては長期契約を提供することで，将来の支出を見越した積立が，行われたときをもって，責任準備金誕生の日と見なしたい．

このような考えに基づくとき，1706 年に設立された，アミカブル・ソサエティが，終身保険を提供するために，初めてファンドを体系的に積み上げたときが，責任準備金誕生の瞬間と見なされることになる．このアミカブルの終身保険は，現在のものとはかなり異なっており，加入者の数は固定されていて，保険料は年齢に拠らず一定であった．しかも，死亡保険金額は，その年の死亡者数や収入保険料額および利息収益に依存するので，不確定であった．つまり，いくら貰えるかは，死んでみなければ分からなかったのである．これは加入者から見て，はなはだ不都合と言わざるを得ない．それ故，アミカブルは 1757 年には最低保障額を導入し，何度にも及ぶ制度変更の末，遂に 1807 年に，新しい勅許を取得して，従来の閉鎖的な組合的性格を撤廃した．固定されていた加入者の人数の上限を無くし，加入時の年齢に基づいた保険料で死亡時の支払額を保障する現代的な意味での生命保険制度に改変したのであった．

アミカブルが戦略を変える前に，史上初の近代的生命保険会社でありか

つ相互会社であるエクイタブル・ソサエティが設立されている

エクイタブルの基本方針は数学者ジェームズ・ドドソンによって 1750 年代半ばには企画されており，その中で終身保険に対する準備金の必要性は既に予想されていた．しかし，実際の決算において，この準備金が現れるのはウィリアム・モーガンの出現を待たねばならなかった．1776 年，モーガン(25)は，プライス博士(53)の示唆により，エクイタブルにおいて，**生命保険会社の個々の保険契約の最初の保険数理的評価**を行った[12]．しかし，実際の貸借対照表を見る限り，責任準備金を負債勘定として明記されているわけではない．彼が責任準備金を負債勘定として認識するには，もう少し時間がかかったようで 1780 年代であった．[13]

エクイタブルの最初の責任準備金計算方法 予定死亡率・・・**ノーザンプトン表** 予定利率・・・・**3%** **営業保険料**を用いて将来の負債評価（現在は純保険料を用いる）

当時のエクイタブルのアクチュアリーは，正確性よりも安全性を第一に考えていた．それ故，ノーザンプトン表は，実際の死亡率よりもかなり高めに設定されていたし，予定利率の 3%も当時の英国国債の利回りの水準よりも相当低く抑えられていた．更に，計算間違いや経営上の失敗に対する予防策として，契約者配当を行う前に，決算上の利益金の３分の１を留保し，積立てておくと云う方策を固持した．結果的にそれは賢明な判断であった．

4 ノーザンプトン表による責任準備金への批判

エクイタブル生命を初めとする初期の生命保険会社は，ノーザンプトン表に基づいて責任準備金を計算した．その意味で，この生命表は，歴史的に大きな意義を有したのであったが，アクチュアリー学が進むにつれて，この生命表の問題点が指摘されるようになっていった．例えば，次のような批判は有名である．

［批判１］ 責任準備金の大小は，死亡率そのものの大小よりも死亡率の増加率の大小により依存するものであることが知られてきて，ノーザンプ

[12] Haberman＆Sibbet
[13] Craig

83

トン表のように高い死亡率であっても，これに基づいて計算された責任準備金が経験死亡率によって計算された責任準備金よりも小さいことが分かった．つまりノーザンプトン表による責任準備金の積立は不十分である．

［批判２］　フランシス・ベイリー（後述）を筆頭に多くの先進的なアクチュアリーたちは，責任準備金の計算に経験死亡率から大きく乖離した誤った生命表を使用することを問題視した．

［批判３］　営業保険料の値をそのまま用いて責任準備金を計算していたことも問題視された．なぜなら事業費を責任準備金計算上でどのように扱うべきかが曖昧になるからである．

5 純保険料式責任準備金の出現—フランシス・ベイリー

エクイタブル社は，実務的には負債勘定としての責任準備金の積立を行っていたが，その保険数学としての定義は，未だ完成されたものではなかった．現在の我々が良く知る，責任準備金の定義式はいつ現れるのであろうか？

前論文[14]で，ベイリーがバレットの計算基数法を自著の付録にバレットの名を付して収載し，発表した話を紹介したが，責任準備金の歴史においても，彼は非常に重要な役割を果たしている．1810 年に上梓された『生命年金および生命保険の原則』の（§430）において，解約返戻金の評価額を「一定額を終身保険に付した人が，その請求権を放棄する場合に，彼に支払われるべき金額を求める」問題の解を以下のような言葉による表現で与え，計算例も示している．

解答

保障が開始されて以来，その人が支払い続けている年払平準純保険料を，与えられている生命保険金額の保証のために支払われるべき現在年齢における年払平準純保険料から差し引く．現時点での生命年金価額（に1を増加したもの）をその差額に掛ける．この積が必要な金額となる．

『生命年金および生命保険の原則(1810)』(拙試訳)

上記の解を現代の保険数学の記号を使って表せば，次のようになる．これ

[14] 鈴木 真治：Halo Notation の由来，第 27 回数学史シンポジウム(2016.10.8～9)

84

は責任準備金の第 2 基本等式（保険料差額公式とも呼ばれる）と呼ばれるものである.

$$ {}_t\mathrm{V}_x = (P_{x+t} - P_x)\cdot(1 + a_{x+t}) $$

一方,（§369）で責任準備金を定める公式 $P_x = \frac{A_x}{\ddot{a}_x}$ が普遍妥当性を有することも明らかにしているので, ベイリー(36)は, この 2 式からの直接的な系である現代の責任準備金の定義（第 1 基本等式）

$$ {}_t\mathrm{V}_x = A_{x+t} - P_x \cdot \ddot{a}_{x+t} $$

を既に手に入れていたと言えるかもしれないが, 実際には, 同著の 1813 年版で, 問題文はそのままで, 解の方を, 上記を意味する内容に改訂している. 定評のある古典, ハインリッヒ・ブラウンの『生命保険史』をはじめとするいくつかの著書では, 1815 年のヨシュア・ミルン(39)の著書[15]において, 第 2 基本等式が初めて示されたような記述があるが, 第 1, 第 2 ともにベイリーに先取権がある. むしろミルンの著書の意義は, 第 2 基本等式を求める設問で Valuation と云う用語を「保険契約の評価付（Valuation）について」使用しているところにある. 本書をきっかけに, Valuation という言葉が, 生命保険技術上, 次第に「責任準備金の計算方法」を意味する重要な概念規定となって行ったからである.
また, ベイリー(39)は, 1813 年版で有名な公式

$$ A_x = 1 - d \cdot \ddot{a}_x $$

も 3 人の連生保険に関連した問題の中で得ていて, これを使えば責任準備金の第 3 基本等式と呼ばれる

$$ {}_t\mathrm{V}_x = 1 - \frac{\ddot{a}_{x+t}}{\ddot{a}_x} $$

も簡単に求められる. しかし, この式が実際に現れるのは 30 年後の 1843 年で, デヴィッド・ジョーンズの『年金と復帰年金の価額について』を待たねばならなかった. [16]そして, この時期においても解約は保険会社に対する請求権の放棄であり, その価値を計算することは, 個々の責任準備金の確定と同じである, と定義されていたことにも留意しておく必要があろう.

さて, 上述のように, **現代の責任準備金の定義式は, 第 2 等式の方が第**

---

15 A Treatise on the Valuation of Annuities and Assurances

16 生命保険数学の教科書でお馴染みの ${}_t\mathrm{V}_x = \left(1 - \frac{P_x}{P_{x+t}}\right) A_{x+t}$, ${}_t\mathrm{V}_x = \frac{A_{x+t} - A_x}{1 - A_x}$ も同様に初等的変形で求まるのだが, その初出を筆者は知らない. しかし, 前者については, $\frac{{}_t\mathrm{V}_x}{A_{x+t}} = 1 - \frac{P_x}{P_{x+t}}$ と変形することにより払済終身保険の保険金額を導く公式と成り得ることを J.I.A.,7 巻(1857),pp.58-60 で T. B. SPRAGUE が論じている.

85

1 等式よりも先で，しかも両方ともベイリーにより発見され，解約返戻金の評価式から求められたという興味深い歴史的事実が明らかとなった．

現代の解約返戻金は責任準備金を基にして求められていることを考えれば，現状とは逆の関係にあったわけである．更に言えば，**解約返戻金の問題設定が，ゲームの中断に伴う賞金の分配方法と言うパスカルとフェルマー以来の確率論のメインストリーム**[17]**の延長線上にあった**ことも注目に値する．当時の数学者にとっては，このような定式化の方が「将来の保険金や給付金の支払いのために積み立てておくべきもの」と言う現在の意味づけよりも取り組み易かったのかもしれない．しかも，ベイリーの考え方は，理念的には，古典的決定論的アプローチよりも，少し進んだ保険数学の教科書に載っている「責任準備金の確率的な定義」である「条件付期待値としての責任準備金」の方により思想的に近い[18]．これもまた興味深い話である．

最後に，ベイリーの人となりについて簡単にスケッチしておこう．

フランシス・ベイリーは，1774 年 4 月 28 日，バークシャーのニューベリーで生まれた．22 歳から 23 歳にかけて北米の無法地帯へ冒険の旅に出かけたかと思うと，帰国後は，1799 年(25)，名門のロンドン証券取引所にあっさり入社している．そして，短い期間の間に歴史的な名著『リースの購入と更新のための表（1802 年)』，『利率と年金の原則（1808 年)』および『生命年金と生命保険の理論（1810 年)』を立て続けに発表，アクチュアリーとして高い評価を得た．しかし，1813 年(39)，バレットの基数計算法を発表した後あたりから，彼の興味の中心はアクチュアリー・サイエンスから天文学へと移って行った．1820 年(46)の王立天文学協会の創設には主導的役割を果たし，1825 年(51)にはビジネスから引退，完全に天文学に専念することになる．このような思い切ったことが出来たのは幸運と努力の賜物であろう．1827 年(53)には，天文学会の 2881 星のカタログを作成したことで金メダルを受賞，この仕事は英国協会の 8377 星のカタログ（1845 年出版）の編集の監督につながる．そして，なによりも彼の名を

---

[17]正確に言うなら，Pascal と Fermat 以前からこの種の問題は扱われていた．Galileo，Cardano，Pacioli へと遡っていくことが出来る．ただ，現在の目から見て，初めて正解に辿り着いたのが Pascal だったのである．

[18] 保険会社の損失の現価を確率変数として表し，被保険者が時点 t で生存していること条件のもとでの期待値として定義する．Baily の考え方は，被保険者（=契約者）が時点 t で解約した場合の契約者の取り分（つまり保険会社から見れば損失）の期待値を求めることなので，「将来の保険金や給付金の支払いのために積み立てておくべきもの」よりも似ている．

86

不滅にした「ベイリーの数珠」の発見を 1836 年 5 月 15 日，62 歳のときに成し遂げている．専門を変えて 20 余年，大輪の華を咲かせた．その後も旺盛な活動を続け，天文学のみならず科学史にも業績を残して，1844 年 8 月 30 日にロンドンで亡くなった．実りある 7 0 年の生涯であった．

ベイリーは，一般的には，天文学者として有名である．それは，ブリタニカ百科事典(1911)において，「英国の天文学者」として紹介されており，現在のウィキペディアもそれを踏襲しているからであろう．しかし，縷々説明して来たように，ベイリーはアクチュアリー数学においても不滅の業績を残しており，プライスやモーガンと並び立つ近代アクチュアリーのパイオニアであると評するものさえいる．筆者は，「英国の天文学者にしてアクチュアリー・サイエンスの重要な先駆者の一人」こそが彼の正当な歴史的評価であると確信している．

6 過去法による責任準備金の定義と将来法との同等性

現在の生命保険数学では，責任準備金は，本章の冒頭にも触れたように，「将来の支払いのために積み立てておくべきもの」として捉えられているので，通常，この考えを最も自然に表している第 1 基本等式によって定義される．これは**将来法による責任準備金**[19]とも呼ばれている．定義に使われているのが将来のキャッシュフロー[20]で，現価によって表現されているからである．一方，**過去法による責任準備金**[21]と呼ばれるものもあり，それは，「責任準備金計算時点までの過去の収入の総終価から過去の支出の総終価を差し引いた残額を，生存者 1 人当たりに求めた額」である．こちらは過去のキャッシュフローが終価で表現されている．この二つの責任準備金は，実際の死亡率や利回りが予定されたものと一致していれば，完全に一致することが証明されているのだが，この興味深い事実は，1865 年，

[19] prospective method

[20] cash flow：日本語には「資金流列」なる訳語があるが，音写したカタカナ読みの方が意味を取り易いと考え，そちらを使った．

[21] retrospective method: ${}_t\mathrm{V}_x = \frac{N_x - N_{x+t}}{D_{x+t}} P_x - \frac{M_x - M_{x+t}}{D_{x+t}}$

83

ジェイムズ・メイクル[22]によって初めて指摘された．

> 保険契約の価額を表現するこのモードは，先に説明した将来の契約のバランスをとるプロセスよりもはるかに分かりやすいように見える．それは過去の事業活動に全面的に限定されているので，私はそれに保険契約の価額を評価する**過去法**と命名することを提案する．
>
> 『生命保険の利益の分析(1865)』（拙試訳）

彼は，過去法による計算を実際の死亡率や利率を適用して行うことで，将来法によって指し示されている「将来の支払いのために積み立てておくべきもの」が不足なく積み立てられているかをチェックするのに役立つと主張している．また，過去法から導かれる数少ない算式例として，

$$ {}_t\mathrm{V}_x = \frac{P_x - P^{1}_{x:t|}}{P_{x:\overset{1}{t|}}} $$

があるが，ロンドンアクチュアリー会の 1877 年の会報[23]に掲載されている論争の中で，A.ベーデン[24]によって，この式から通常の過去法の責任準備金への同値変形が紹介されている．

7 純保険料式の正当性の浸透

1815 年に作成された**カーライル表**は，ノーザンプトン表への批判者の一人である**ミルン**によるものであり，この生命表にもいろいろ問題はあったが，この当時としては最も優れたものであると見做された．それ故，次第にカーライル表がノーザンプトン表に取って代わって採用されるようになっていった．そうすると営業保険料によって計算されるノーザンプトン式責任準備金から純保険料によって計算される通常の純保険料式責任準備金に移り変わっていくことになり，必然的に営業保険料と純保険料の区別がなされるようになった．１９世紀の識者（マンリー）は，このような状況を総括して，1845 年に純保険料式責任準備金の正当性が認められたとした．[25]

しかしながら，1845 年以前に，既にフィンレイソン，ハイアムおよびトムソンと云ったアクチュアリーたちは純保険料式責任準備金が最も優れた保険契約の負債評価方法であると確信していたし，一方で，1845 年

---

[22] James Meikle(1825–1904):エジンバラ・アクチュアリー会５代目会長
An Analysis of the Profits of Life Assurance

[23] Journal of the Institute of Actuaries pp.77-95 (1877.Jan)

[24] A.Baden

[25] H.W.Manly：Report on the valuation of the Equitable Society,1896

以降もノーザンプトン式責任準備金を採択していた会社があったのであり，英国では純保険料式の正当性の浸透は漸進的に進展していったと考えるべきであろう．1855 年から 1865 年の 10 年間に相当数の会社が純保険料式を採択するようになったのであるが，この動向の行く末には，次に触れる 1870 年の英国生命保険法の成立があった．

アクチュアリーは，普遍的真理を追究する数学者のような側面もないではないが，多くは目の前にある様々な個別問題の現実的な対処法を求められるものである．従って，我々が歴史を見る場合も非純保式と言うだけで純保式よりも遅れた方式であると短絡的に結論付けて，その文脈で眺めるべきではなかろう．

1868 年に書かれたマンリーの論文[26]では，当時の責任準備金の計算方法を 6 種類以上に分けて比較している．歴史的には，興味深い内容なので簡単に紹介しておこう．「真の利率」は「安全な利率」読み替えておけば，その趣旨は理解出来る．

(1)純保険料と保険金額のみによって計算するのであるが，真の死亡表および真の利率によって計算する方法．

(2)営業保険料から逆算される仮定年金現価によって実際に払い込まれるべき保険料を用いて計算する方法．

(3)ノーザンプトン死亡表により責任準備金を計算するが，その上に剰余金を加算する方法．

(4)将来の支払保険金の現価から，将来払い込まれるべき営業保険料の現価を控除する方法．

(5)(4)と同じであるが，控除する営業保険料の現価から一定%差引いたものを使用する方法．

(6)毎年決算し，保険料の何%という形で，保険金と営業保険料を用い，真の死亡率及び真の利率により計算する方法．

8　１８７０年の生命保険会社法―情報開示のはじまり

現在，我々は詳細な生命保険会社の決算資料を見ることが出来るが，生命保険会社の貸借対照表や損益計算書の公開が法律で義務付けられたの

[26] H.W.Manly : A comparison of the Values of Policies as found by means of the various Tables of Mortality and the different methods of Valuation in use among Actuaries, Journal of the Institute of Actuaries and Assurance Magazine, Vol. 14, No. 4(JULY, 1868), pp. 249-305

89

は英国の 1870 年の生命保険会社法[27]を嚆矢とする．政府が保険者の行為を監督規制するようになった最初の法律である．同法は，生命保険会社が一定期間毎に財務状態をアクチュアリーに調査させなくてはならない旨を規定すると共に，アクチュアリーに貸借対照表上の責任準備金の評価をさせ，積立金報告書の監督庁宛届出を義務付けた．次にその一部[28]を訳出しておく．

第5表

アクチュアリーによって作成された，＿＿＿＿＿＿の生命保険契約および年金契約の下における負債の評価額に関する申告．

（回答には，対応する質問の番号に応じて番号を付ける必要がある.）

1.評価が行われる日付.

2.保険契約者間の利益の評価および分配が行われる原則，およびこれらの原則が会社を構成する証書，または規制または細則によって決定されたかどうか.

3.評価に使用された表または死亡率表.

4.計算で想定される予定諸利率.

5.年間保険料収入の割合（もしあれば）は，将来の費用および利益の引当金として計上される.（もしそうでなければ，この規定がどのようになされるかを述べよ.）

6.最後の評価以降の連結収益勘定，または評価を行わなかった企業の場合は，事業の開始以来の当該勘定.（この返還は，別途書式で行う必要がある.）

7.保険契約件数，保障金額，および利益に参加していないことを示す，評価日現在の生命保険契約および年金契約の下での会社の負債． また，会社の負債と資産の差額，余剰または不足額が含まれている.（これらの返還は付属書式で行う必要がある.）

8.利益を分配する権利を与えるために，契約が有効でなければならない期間.

9.評価の結果は，以下の通り

(1)会社が得た総利益額.

(2)保険契約者間で分配された利益の金額，およびそれに与かる保険契約件数と金額.

(3) 20,30,40，および 50 歳の各年齢で達成された 100 ポンドの配当の雛形が割り当てられた．ただし，その配当を受け取る可能性のある様々な状況の下で按分された金額とともに，それぞれ 5 年ごとに，5 年，10 年，およびそれ以上の期間にわたる保有契約であったとする.

因みに，1909 年には，この法律による生保事業の保護措置が損保事業

[27] Life Assurance Companies Act 1870

[28] The Life Assurance Companies Act, 1870 Journal of the Institute of Actuaries, Vol. 16, No.1,1870, p.14

90

にまで拡大された.

9 非純保険料式責任準備金について

これまで，主にイギリスの責任準備金の歴史を通覧して来たので，すべてのアクチュアリーが純保険料式に収斂していったようにも見えるかもしれないが，必ずしもそんなことはない.

1842 年までのアメリカの生保業界は，顧客の方からの来社または郵送による加入申込を待つ業態が通常であり，販売意欲には乏しかった．しかし，ニューヨーク生保・信託会社の創始者である W．バードが自分の投資代理人に「生命保険外務員」としての役割を持たせたことを皮切りに，ミューチュアル・ライフ社を新設したロビンソンは生命保険外務員による個別勧誘方式を積極的に展開するようになり，多くの会社がこの方式を踏襲した．このマーケティングの一大変革は，アメリカの生保業界を大きく飛躍させることになるのだが，同時に，新契約費の高騰を招くことになった．これまでは，加入時の審査や証券発行に係る僅かな経費だけで収まっていたものが，外務員に支払う手数料が大きく圧し掛かってきたのである．そして，それらが競合的性格を持つため，年々増加して行ったであろうことも容易に想像できる.

多くの新設会社が生保業界に参入してきて，競争上の理由から保険料率を下げようとした．このような状況で初年度の営業保険料と純保険料の僅かな差額だけで必要経費を賄うことは明らかに不可能であった．それ故，どの程度までの経費支出であれば支払可能性が担保されるのかが現実的に重要な問題として取り上げられたし，このような状況下にあったスプレーグが非純保険料式の積立を考えたのは当然のことであった．それどころか，ニューヨーク州の保険監督長官であったバーンズなどは 1865 年に発表した第 6 回年次報告において，「保険料を引き下げようとする会社があるという状態は，遅かれ早かれ，純保険料式責任準備金を効果のない非科学的なものにするであろう.」とまで言っている．この発言の背景は，1858 年マサチューセッツ・バリェエーション法により，死亡率を英国共同会社表，予定利率を 4%で計算した純保険料式責任準備金が積立ててあれば，保険料を算出する基礎がこれと異なっていても問題視されなかったからである.

ドイツにおいても新契約を獲得すれば保険金額の 1 %にあたる高い手数料を支払うのが普通であったので，純保険料式責任準備金の適合性については，大いに注目されていた．後述するチルメルの仕事はこのような現

91

実的な状況に立脚して非純保険料式であるチルメル式責任準備金を標榜することであった．

このような純保険料式積立と非純保険料式積立の論争は，1925 年，我国においても起こっている．世に言う「チルメル問題」である．きっかけは，関東大震災の後，生保各社が復興に困難を極めているとき，独り営業に怪腕を振るっていた八千代生命の不良経営の実態が曝露されたことにあった．当時の保険監督法規は，明治時代からの自由主義的経済思想に基礎を置いていたため，適切な監督の手を下すことはできず，純保険料式を採択していたのは 44 社中 4 社に過ぎず，後は新契約費が潤沢に使えるチルメル式，しかもチルメル期間が長い，であった．これを受けて，ときの商工大臣片岡直温が，自らの経験（元日本生命社長）と信条から責任準備金の積立については，純保険料式を理想として，当面は 5 年チルメル式に制限しておく案を保険業界に提示して意見を求めた．これに対し，矢野恒太(第一生命創業者，初代アクチュアリー会会長)が生命保険会社協会を代表してチルメル式を擁護する答申を行っている．

最終的な妥協案が成立し，1926 年，保険業法施行規則が改正され，「将来認可を受けるものは 5 年チルメルを認めること」が盛り込まれた．この 5 年チルメルはその後，長きに亘って我国の責任準備金の積立基準に使われ続けることとなる．

アメリカでは，新契約費を将来資産として計上しようとしたが，マサチューセッツ州とニューヨーク州の保険監督長官が反対したため中断した．現在の米国会計基準（GAAP[29]）では，繰延新契約費(DAC[30])は一定の条件を充たせば会計上資産項目として計上することが認められている．この会計取扱の遠因はこの辺りにあったものと考えられる．なお，日本ではこのような取扱は認められていない．

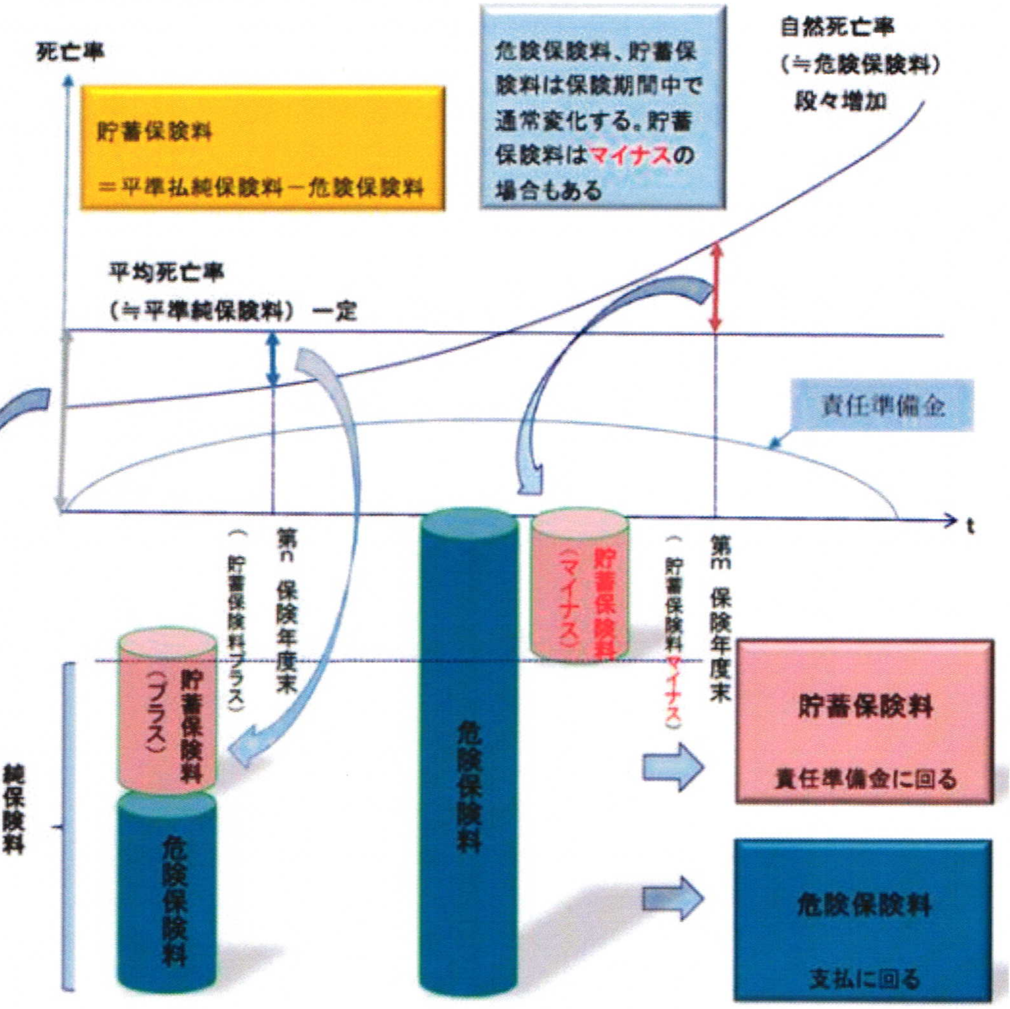
10 純保険料の危険保険料と貯蓄保険料への分解

[29] Generally Accepted Accounting Principles：一般に公正妥当と認められた会計原則((企業が連結財務諸表，財務諸表を作成・公表する場合の作成基準となる企業会計のルールのこと．国際的な統一ルールを示すものではなく，各国ごとに違いがあり，「日本版（JA）GAAP」とか「US−GAAP」（米国会計基準）といった国を指定して使われることが多い．

[30] Deferred Acquisition Costs

92

（純保険料の危険保険料と貯蓄保険料への分解）



第 1 節で触れたドドソンが発明した平準払純保険料は，長期の生命保険契約を一定の保険料で引き受けるために不可欠とも言えるほど決定的に有効なアイデアであった．**このドドソンのアイデアを更に精密化したのが，チルメル(36)による「危険保険料[31]」と「貯蓄保険料[32]」への分解である(1867).** 数式抜きでは正確な定義や説明は難しいので，これらを知りたい方は適当な保険数学のテキストを参照して頂くとして，直観的な理解だけなら，前掲のイメージ図を見ながら後述の説明を読めばだいたい得られるであろう．

40 歳の男性が 20 年満期の定期保険に加入した状況を想像して欲しい．保険料は年払で，もちろん毎年の保険料は同一であるとする．純保険料式

31 Risikoprämie：第 t 年度危険保険料を ${}_tP^r$ と表記することが多い．
32 Sparprämie：同様に，第 t 年度貯蓄保険料を ${}_tP^s$ と表記することが多い．

93

年払平準純保険料は，40 歳の死亡率×保険金よりもかなり高い額になっているであろうことは容易に分かるであろう．そして，その差額を積み立てて置き，41 歳，42 歳…も同様にその年の支払に必要な保険料の一部を差し引いた残りを責任準備金の積み増しに回し続ける．すると，ある時期から毎年の保険料よりもその年齢の死亡率×保険金の方が逆に高くなるので，この責任準備金を取り崩して賄うことで収支を合わせることが出来る．ドドソン自身はこんな表現では説明していないが，これが彼の考えた平準払純保険料のアイデアの骨子であった．このアイデアを精密化して，各年で支払に充てる部分の保険料を危険保険料，責任準備金に回す（あるいは取り崩す）部分の保険料を貯蓄保険料と名付け，初めて精確に数式で定義したのがチルメル(36)であった(1867).

上掲の図では，危険保険料とは自然保険料のことであり，貯蓄保険料というのは一定に定められた平準払純保険料からその危険保険料を引いた（符号付きの）差額であるように見える．しかし，精確な危険保険料は（予定現価率）×（その年の年齢の死亡率）×（保険金－責任準備金）で定義されるもので，自然保険料が（その年の年齢の死亡率）×保険金であることを考えれば，「危険保険料≒自然保険料」とは予定利率を 0%にし，責任準備金を 0 とした近似なのである．このように，精確な定義はいささか技術的なのでこれ以上は立ち入らないが[33]，近似であることを前提とすれば，如上の図説で本質は外していないと考える．

また，上記の説明で現れた（**保険金－責任準備金**）のことを「**危険保険金**」と呼ぶ．この概念はカンネル(1867)に由来する．1872 年には，『貯蓄銀行理論』[34]でエリザ・ライト(68)も同様の考えを独立して認識していた．因みに，危険保険料（保険費用）の概念は，すでにホーマンズ(33)が 1864 年に示している．

11 チルメル式責任準備金

既に述べたように，責任準備金の定義式は，1810 年に解約返戻金の評価式から求められ，1843 年になってもその考え方は変わっていなかった．「というのは当時の保険会社は保険募集のために，特別の新契約費を支出することはなかったからであり，解約価格の計算に当って，純保険料を用いることで十分だったのである．（ブラウン p.380）」　一方，1816～1844

---

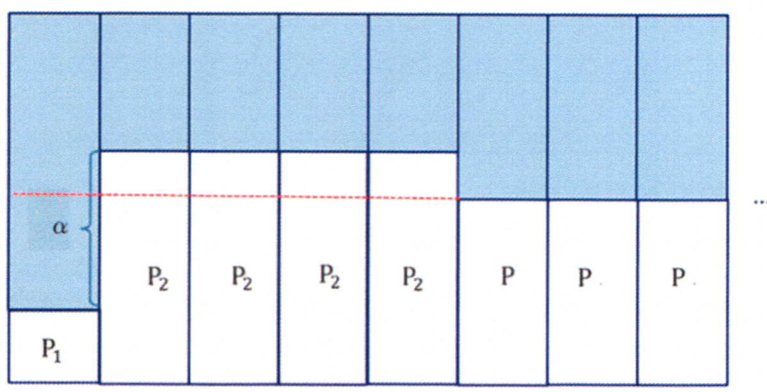
[33] （正確な定義式）保険金を 1 の終身保険とした場合，
危険保険料は　$v \cdot q_{x+t-1}(1 - {}_{t}V_x)$，貯蓄保険料は　$(v \cdot {}_{t}V_x - {}_{t-1}V_x)$ である．

[34] ライトはこの理論を「不可没収法」を成立させるための理論的根拠とした．

94

は，ウォルフォードが言う生命保険業界の黄金期で，募集方法が公募から代理店制ならびに手数料制へと移行し，多くの会社が新設された．このような販売政策の構造的な変化は新契約費を高騰させ[35]，新契約費のために初年度保険料がすべて費消されるようなことがしばしば起こった．

このような状況のなかで，1863 年，ドイツのアクチュアリーであるアウグスト・チルメルは『生命保険会社における責任準備金の理論に寄せて』において，保険契約を健全に維持するためには，最低限，初年度の保険料でどのくらいを支払いのために残さなければならないかを論じている．更に，初年度に多くかかった事業費（新契約費）を次年度以降の事業費（維持費）を削って，不足している純保険料の積立に充当し，何年かの償却期間（チルメル期間）で償却する方法も示している．



右図では，チルメル期間は 5 年．第 1 保険年度の純保険料をP_1，第 2 保険年度から第 5 保険年度までの純保険料をP_2，通常の純保険料をPとおく．特に，P_2とP_1の差額をαと書き，**チルメル割合**あるいはチルメル歩合と呼ぶ．

直感的には，チルメル式の責任準備金の積み立て方法とは，初年度に通常の純保険料よりも多く使った新契約費（$P-P_1$）を第 2 年度から第 5 年度にかけて（P_2-P）部分を使って償却するように責任準備金を積立てる方法を指す．図を見れば，そのアイデアは極めて単純で，計算も簡単そうに思えるが，厳密な定義式はそれほど自明ではない．[36]

さて，チルメルが考察した保険会社が支払い状態で健全な状態を維持するために最低必要な初年度保険料 P_1 は，その年度の加入者の年齢での 1 年定期保険料であった．P_1 としてこのような保険料に設定する積み立て方法は，現在では，**初年度定期式**[37]と呼ばれており，アメリカでは，州の

---

[35] 19 世紀の初頭には，外務員の雇用は一般的となっていたが，当初の手数料は初年度が保険料の 5 ないし 10%で，次年度以降は 5%に留まっていたが，1830 年代には 20 から 30%に高騰していた．

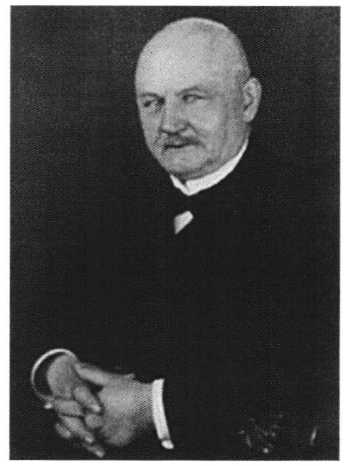
[36] 参考までに，終身保険の場合　$P_1 = P_x - \alpha\left(1 - \frac{1}{\ddot{a}_{x:\overline{5}|}}\right)$，$P_2 = P_x + \alpha \cdot \frac{1}{\ddot{a}_{x:\overline{5}|}}$，$P = P_x$

[37] preliminary term valuation，英国では 1 年増法（$x+1$ method）と名づけている．

95

保険監督官により責任準備金積立の最低基準として使用されている．

チルメルの方法は，ライプツィヒ生命[38]のアクチュアリーであった**ゲオルグ・ヘックナー**博士[39](右図)によって大きく発展した．『生命保険におけるチルメル方式に関する論争(1902)』[40]で提唱されたヘックナー(42)の責任準備金の積立方法は，チルメルのように純保険料に制約されることなく，初めから事業費を計算に入れて策定されているところにその特徴がある．ヘックナーのいう充足保険料[41]というのは「予定死亡率および予定利率によって保険金のみならず予定事業費を支出しても過不足がない保険料」との意味で名づけたられたものである．



充足保険料式責任準備金[42]というのは，「保険契約の継続中予定死亡率，予定利率および充足保険料計算に使用した予定経費率により，将来の収入としては充足保険料と利息，将来の支出としては保険金の外に事業費を見込み，将来の支出期待現価から収入期待現価を引いた金額」である．

従って，全期払込[43]の保険では，充足保険料計算で用いる新契約費率とチルメル定数が等しい場合，充足保険料式責任準備金は全期チルメル式責任準備金と同じものとなる．

短期払込の場合は，純保険料式あるいはチルメル式では保険料払込済後の維持費はなんら積立をしないのに対して，充足保険料式では，これの準備積立てをしているところに特徴がある．

12 負値の責任準備金は好ましくない

現在では，当たり前のこととして語られる負値の責任準備金の問題点を初めて明確にしたのも，やはりチルメル(32)であった(1863)[44]．負値の状態

---

38 die Lebensversicherungs-Gesellschaft zu Leipzig：19 世紀から 20 世紀にかけて，ドイツ第 3 位の保険会社であった．

39 Georg Höckner (1860-1938)：ここで触れた充足保険料式責任準備金論以外にも，剰余金の分配論に関して貢献し，重要な保険数理の基礎を築いた．

40 Der Streit über die Zillmersche Methode in der Lebensversicherung, Berlin,1902

41 ausreichende Prämie

42 ausreichendes Deckungskapital

43 全期払とは，保険期間と保険料払込期間が一致する払方を言い，短期払とは，保険料払込期間が保険金よりも短い払方を言う．例えば，30 年払込終身保険は，短期払である．

44『生命保険会社に対する責任準備金の理論への貢献(1863)』

96

にある期間にその契約が失効した場合は，会社は負値部分の損失を被るのであり，そのような商品は設計すべきではないと云うことになる．この辺りは，保険数学が単なる数学として扱うべき対象ではないことを如実に示す例示となろう．

13 ドイツ語圏最高のアクチュアリー——アウグスト・チルメル[45]

アウグスト・チルメル（1831-1893）はドイツ語圏で最高との呼び声も高い傑出したアクチュアリーである．チルメルはいくつかの生命保険会社の役員を歴任し，1861年，若干30歳で，ほぼ一世紀先立つテーテンスの教科書以来，初めての総合的なドイツ語による保険数学のテキスト『生命保険および年金に対する数理計算』[46]を上梓した．本書は大幅に増補されて1887年に再版されている．

チルメル(32)は，1863年，ステティン[47]のモノグラフ『責任準備金の理論に寄せて』[48]において，有名なチルメル式積立法を初めて世に問うた．現在，彼の名前を冠したこともあり，おそらくこれが最も知名度の高いチルメルの業績であろう．しかし，チルメル式積立は，しばらくの間，ドイツでは標準的な積立手法にはならなかった．アメリカの場合と同様に，既に財政が確立していた既存の会社が，少ない積立額で済む彼の方法に反対したのである．厚い積立を求める純保険料式積立は，生命保険業界への新規参入の大きな障壁であった．純保式を確立していたドイツの企業は，ほぼ20世紀に入っても，自分たちの市場と利益を守ることができた．

第10節で紹介した純保険料を貯蓄保険料と危険保険料に分解することを示した論文[49]も忘れてはならないチルメル(36)の重要な仕事の一つであ

---

[45] August Zillmer
[46] Die mathematischen Rechnungen bei Lebens- und Renten- Versicherungen: systematisch entwickelt
[47] Stettin
[48] Beiträge zur Theorie der Prämien-reserve
[49] Die Sparprämie wird begrifflich von A. Zillmer eingeführt, Deutsche Versicherungszeitung 8 (1867)

97

る．

彼は実務家としても理論家としても卓越した能力を発揮していたが，アクチュアリー集団の組織化に対しても積極的であった．1868 年，チルメル(37)は，何人かのドイツアクチュアリーたちと共に，ロンドン・アクチュアリー協会のような団体を目指して，生命保険学コレギウムを立ち上げた．しかし，2 年後に起こるゲルマニア社とゴータ社の対立に巻き込まれてコレギウムは立ち消えになってしまった．

チルメル(52)の個人ではなく，リーダーとしての重要な仕事に 1883 年の死亡率調査がある．これはベルリンの 23 の生命保険会社の死亡率経験値からドイツの死亡率表を公表したもので，大陸ではこのような試みは初めてであった．彼はこの委員会のリーダーを務め，このプロジェクトを見事に成功へと導いた．

アウグスト・チルメルは 1831 年 1 月 23 日，プロイセンのレガ地方トレプト町[50]で生まれた．父は熟練石工だった．1847 年 3 月(16)，地元の公立学校で勉強を終えた後，1847 年の夏にベルリンの旧修道院にあった高校に入学した．1851 年(20)の復活祭の時期に最終試験に合格し，その後，ベルリン大学で数学と科学を学んだ．未公開の論文をもとにロストック大学で 1858 年(27)に博士号を取得した後，プロシアのステティンにあるゲルマニア生命のアクチュアリーになった．1867 年(36)，彼は新たに設立されたノーススター生命保険会社の第 2 取締役としてベルリンに移る．1876 年(45)まで，ファーザーランド生命保険会社の役員としてエルバーフェルトに居た．しかし，末っ子である愛嬢が死んでしまったので，エルバーフェルト地方の生活がすっかり嫌になってしまい，1882 年(51)に，ベルリンに戻った．翌年，彼の妻が他界，その 10 年後，チルメルは，数ヶ月間喘息に苦しんだ後，1893 年 2 月 22 日，ベルリンで亡くなった．享年 62 歳．

14 事業年度末責任準備金

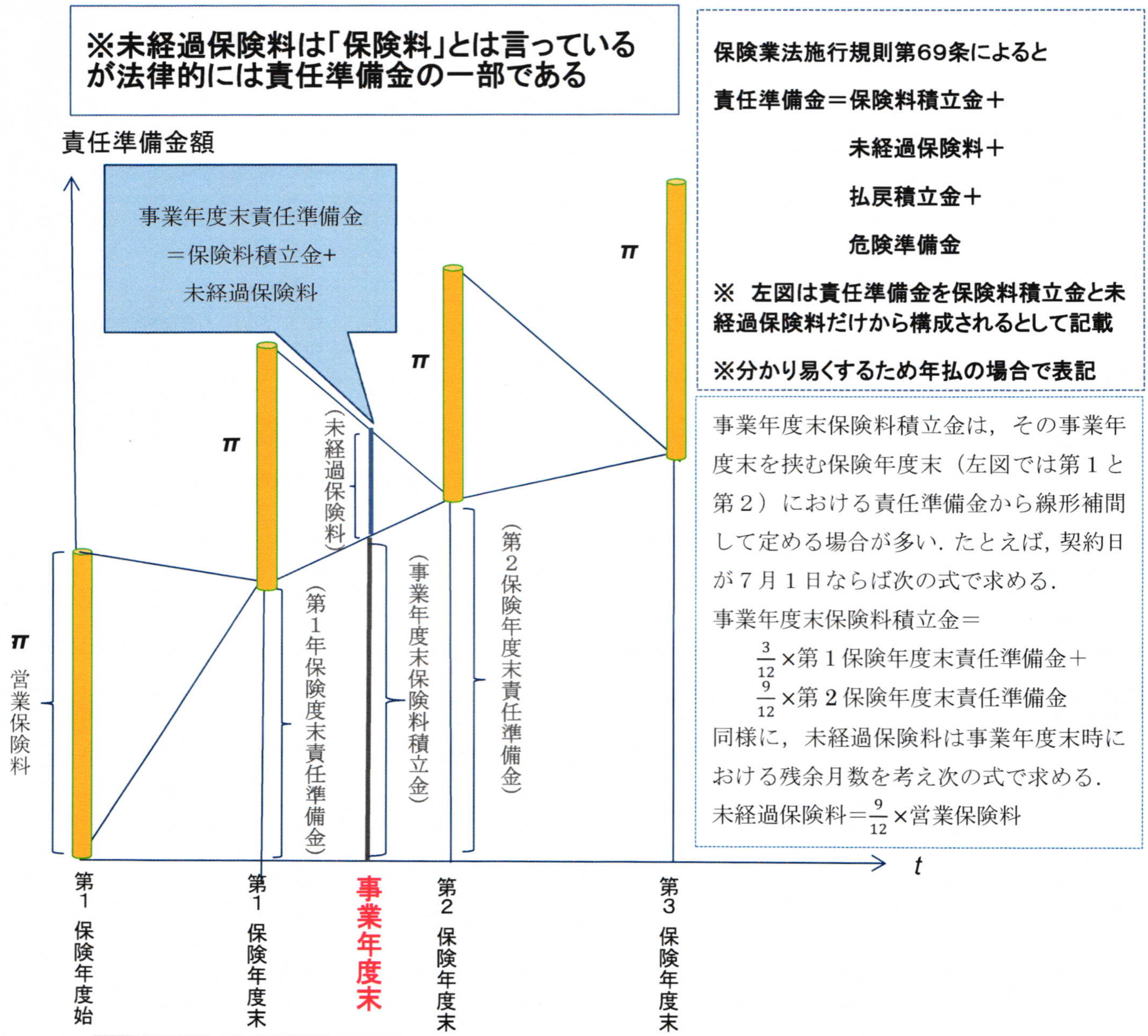
これまで説明してきた責任準備金は，正確に言えば，**保険年度末**責任準備金の話であった．それに対し，「はじめに」で触れた日本の生命保険会社全体の資産全体の 86%に当る評価額を有するのは**事業年度末**責任準備金という概念である．

日本の場合なら保険会社の事業年度は 4 月 1 日～翌年 3 月 31 日である

[50] TreptowontheRega：現在のポーランドのトシェビャトゥフ(Trzebiatów).

98

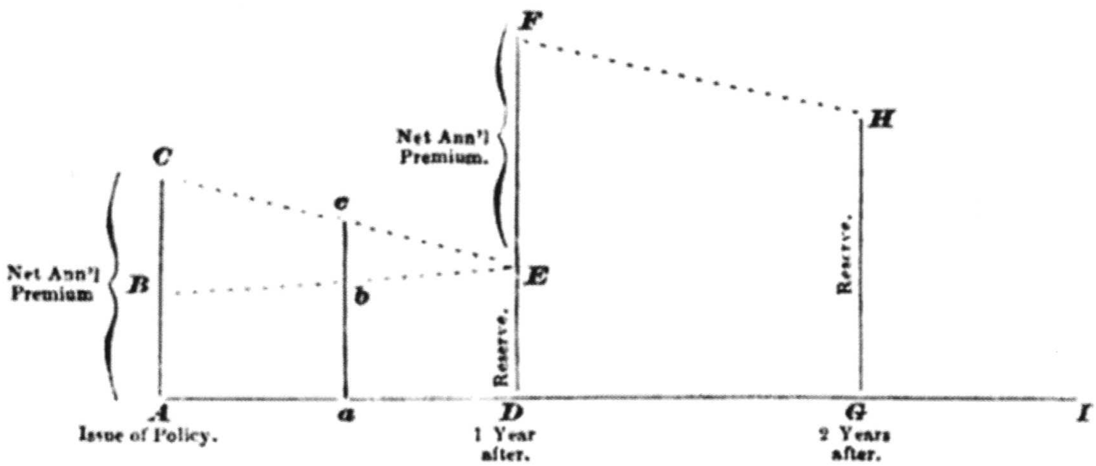
と法律で定められている．[51]そして，事業年度末責任準備金とは，ざっくり言えば，3 月末時点で保険会社が保有する契約で保険料の入金があった契約に対する保険料積立金と未経過保険料，および危険準備金の合算値である．[52]一方，第 n 保険年度末責任準備金とは，たとえば Y 年 6 月 15 日に締結した保険契約ならば Y+n 年 6 月 14 日における責任準備金を指す．下図から分かるように，事業年度末の保険料積立金は，個々の契約毎に保険年度末の責任準備金を直線補間して求めている．



[51] 保険業法第１０９条
[52] 「限度積立」等の調整も必要だが，本論ではそのような細論は扱わない．現在の生命保険会計の実務に興味のある方は日本アクチュアリー会発行のテキストを参照のこと．

99

比較的新しい日本の保険数学の教科書である[山内](2014)では，この内容にほぼ一致する．しかし，1988 年に発行された[二見]では，未経過保険料が純保険料×残余期間になっている．有名なジョルダンの古典的保険数学の教科書も同様であった．ちなみに未経過保険料は unearned premium の訳である．unearned premium という用語こそ使用していないが，上記の模式図とほぼ同じものが 1870 年に発表されたファクラーの著書[53]にも見ることが出来る．(p.28)



興味深いのは，[二見]の前の標準書であった[守屋](1963)において次のように論じていることである．

> 従来，我国の保険会社では保険料積立金を純保険料式，チルメル式，充足保険料式等，どの方法で積立てていても未経過保険料だけは営業保険料によって積立てていた時代があった．**これは附加保険料全部が年度を通じて一様に消費されるという仮定に基づくものであるが，木に竹をついだような積立法で合理的なものではない．**
>
> 結局，これは責任準備金を強いて保険料積立金と未経過保険料とに区別するために生ずる結果である．(上 p.251)

この批判（ゴチック）の根拠は，当時の商法が「**保険料不可分の原則[54]**」を採用していたことによるのかもしれない．しかし，平成 20 年に制定された「保険法」では，「保険料不可分の原則」は採用されず，これを受けて

---

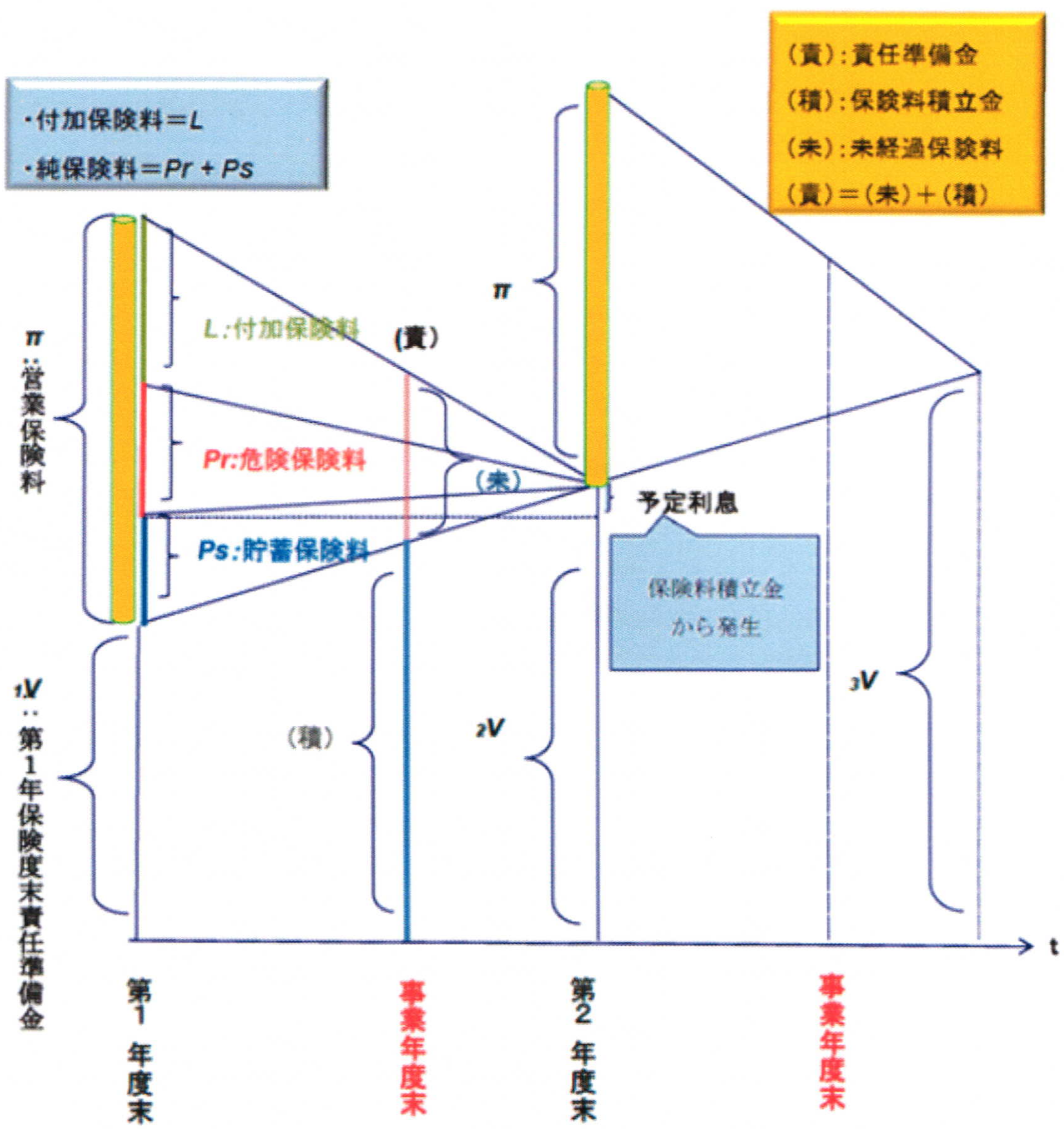
[53] Agents' Monetary

[54] 保険契約が中途で終了した場合であっても，保険会社が保険料期間のすべての保険料を取得することができ，保険料期間のうち未経過期間に対応する保険料を保険契約者に返還する必要がないという原則．（旧商法 653 条ないし 655 条の反対解釈を根拠とした）

10D

金融庁は，監督指針を2009年4月に改正し，保険会社に「保険料の未経過期間に対応した合理的かつ適切な金額の返還」を行うための態勢の整備をもとめた．現在では，年払・半年払の保険契約について，解約返戻金の計算を月単位に改めるとともに，月単位に可分した未経過保険料を加算して返還している．従って，現状では[守屋]の批判は当たらず，[山内]の解説が適切なのである．このように，保険数学は，その在り様が，法律の改正によって変わり得ることを示している．先の「負値の責任準備金の発生する保険商品は避けるべき」とは違う意味で保険数学が社会制度に密着した応用数学であることが理解されるであろう．

如上の事業年度末責任準備金の動的な構成を，既述の危険保険料，貯蓄保険料との関係を含めて，より詳細に図示しておく．



101

15 弔文に現れた不滅の微分方程式―トルバルド・ティーレ

生命保険数学に現れる最も有名な微分方程式は何であろうか？それはおそらく**ティーレの微分方程式**だと思われる．これは，責任準備金の時間による変化率が，責任準備金に利力を乗じた値と純保険料の和から危険保険金に死力を乗じた値を減じた値になっている，と云う極めて簡潔で美しい形式[55]を有している．そして，この式は，現在も決定論的と確率論的の両方の条件において，生命保険契約の分析における重要な理論上のツールとなっている．この方程式に名を冠せられているティーレは，19 世紀後半から 20 世紀初頭にかけて活躍した，デンマークを代表するアクチュアリーの一人で，同時に著名な天文学者で数学者，統計学者でもあった．逆説的な話であるが，彼の名を冠するこの方程式は，彼が発表した数多の論文のなかにはない．ティーレ(37)はこの式を，1875 年に，ヨルゲン・グラム(25)やヨハン・ギルデン[56](34)には示しているのだが，彼がこの方程式についての論文を書くことは生涯なかった．それが初めて公に世に現れたのは，ティーレが亡くなった 2 週間後の 1910 年 10 月 12 日に，グラム(60)がアクチュアリー会で読んだ弔文の中であった．

トルバルド・ティーレ[57]：トルバルドは 1838 年のクリスマスイヴに，コペンハーゲンで生まれた．彼の父マティアスは，デンマークの芸術文化におけるリーダー的存在であった．彼は，友人で著名な彫刻家でもあるベルテル・トルバルセン[58]に息子の名付け親になってくれるように頼んだ．トルバルドの名はこのデンマークの偉大な芸術家にちなんで付けられたものである．

ティーレに数学への興味を喚起したヨルゲンセン教授は，彼の才能が純粋数学よりも天文学の方により適していると考え，そちらの道へ進むことを勧めた．ティーレはこの恩師の助言を受け入れ，コペンハーゲン大学で天文学を専攻し，1860 年(22)に修士号，1866 年(28)には，二重星の軌道についての研究により学位を取得してい

---

[55] 参考までにその微分方程式を示しておく．$\frac{d}{dt}\,{}_tV_x = P_x + \delta\,{}_tV_x - \mu_{x+t}(1-\,{}_tV_x)$

[56] Johan August Hugo Gyldén (1841.5.29–1896.11.9)：スウェーデンの天文学者

[57] Thorvald Thiele(1838.12.24-1910.9.26)

[58] Bertel Thorvaldsen（1770-1844）デンマークの彫刻家で，新古典主義彫刻を確立．

る．その翌年(29)，マリー・マルティン・トロール[59]と結婚し，1870 年までコペンハーゲン天体観測所で助手をしていた．

ちょうどこの頃，ハフニア生命を創設するためのプロジェクトが開始し，これに当初から参加したティーレは，直ちに保険数理の研究に身を投じ，1872 年(34)から亡くなるまでそこの数理担当役員を務めた．当時のデンマークでは，アクチュアリー職は未だ幼少期にあり，天文学者や物理学者，応用数学者たちがその数理的技術を買われて，一種のマイスターとして，その職責に就くことが多かった．ティーレの抜擢も，この当時としては，よくある人事だったのである．

彼のハフニアでの初仕事は，いくつかの生命保険会社の過去の経験に対し新たな補整を施すことで死亡率表を作成することであった．彼はこの小さな仕事のなかで，新しい数学的死亡率公式[60]を見つけている．グラムは，「最も興味深い問題は，公式ではなく，天文学的計算に基づいて行われた実際の補整であった．」と評している．また，最終的には実現されなかったが，初めて「結婚リスクを合理的に生命保険に導入」しようとした．ハフニアの保険料をライバル会社よりも高く引き上げると云う決断を平然とやってのけた大胆さも特筆に値する．この当時はこのような経営戦略はあり得ないものであった．しかし，この決断がハフニアの健全財政を決定づけた．

天文学者としてのティーレ(57)の功績は，3 体問題に対しての重要な論文を 1895 年に書いたことが挙げられる．しかし，彼の最も重要な業績は，統計学についてのものであった．彼の統計への関心は，観察の誤りを適切に処理することが重要な役割を果たす天文学と死亡調査における経験的研究から自然に生じたものであった．彼は歪曲分布の理論に貢献した．正規分布誤差を有する線形モデルの正準形式を定式化し，直交変換によって一般線形モデルを正準形式に還元したのである．そして分散分析および動的線形モデル（時系列）に対しても，初期の主要な貢献をした．また，彼はキュムラントを発明し，一連の論文でその性質を調べた．

これ程の結果を出していながら，彼の業績は，同時代人には殆ど知られていなかった．当時の情報伝達が極めて不完全であり，国境を越えたものをお互いに無視し合うという悲しむべき因習が主な原因と思われる．彼の 1897 年(59)の単行書の英語への翻訳が，甚だお粗末であったと云う不運も影響したかもしれない．

研究者としてのティーレは如上のように一流であったが，リーダーとし

---

59 Marie Martine Trolle

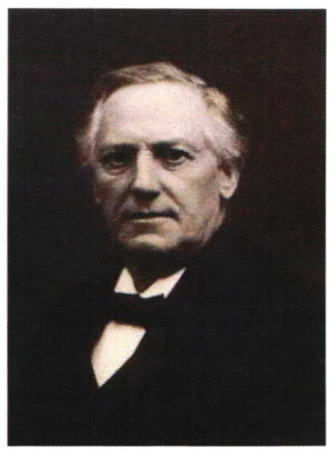
60 $\mu_x = a_1 e^{-b_1 x} + a_2 e^{-\frac{1}{2} b_2^2 (x-c)^2} + a_3 e^{b_3 x}$ (J.I.A. vol.16.1871)

103

ての力量も目を見張るものがあった．ハフニア生命を立ち上げて，主席アクチュアリーを生涯務め上げただけではなく，1873 年(35)には，デンマーク数学協会を設立，1901 年(63)にはデンマーク・アクチュアリー協会の設立にも積極的に関わっており，その初代会長となってやはり亡くなるまでその地位にいた．1875 年(37)，コペンハーゲン大学の天体観測所の所長に任命され，1907 年(69)に引退するまでその地位にいた．正に，八面六臂の働きを見せ続けた．上司あるいは共同研究者としてのティーレは，どうであろうか．部下でもあったグラムは歪み誤差曲線理論について，次のように述懐している．「私は，ティーレが自分の持分と正当に考えるかもしれない問題にあまり近づかないようにかなりの気を使った．彼は自分の科学についての花壇を踏みにじってくる人々を許さなかったからだ！」

最後に，グラムがティーレの弔文のなかで披露した興味深いエピソードを一つ紹介しておこう．1870 年頃，ティーレ(32)は，卒業成績を送って，ある保険会社のアクチュアリー職に応募した．ところが，驚いたことに，その仕事に就くことができなかったのである！どこの世界にもディック・ロウ[61]はいるものだ．読者の中に，第一志望の就職なり進学なりが叶わなかった人がいたとしたら，ティーレを思い起こすと良いかもしれない．

16 保険数学の確率論的手法―ヨルゲン・グラム



ヨルゲン・グラム[62]については，ティーレの弔辞を読んだことで，既に何度か名前が出ていたが，彼自身が極めて優れたアクチュアリーであり，知名度はおそらくティーレよりも高い．ただし，それは保険数学の世界ではなく，一般数学での業績による．彼のアクチュアリーとしての最大の功績は，39歳のときに書いた論文「生命保険の責任準備金の標準偏差(1889)」の中に現れている．本論において生命偶発事象に対する現代的な確率論的アプローチの初期の例が提供されているのである．グラムはこの論文の冒頭にウールハウスの「連続法」について触れ，本論がその理論の発展上にあることを印象付けた後，解決すべ

[61] Dick Rowe(1921.6.9-1986.6.6)：デッカ・レコードでオーディションを受けたザ・ビートルズを不採用にしたプロデューサー．
[62] Jørgen Pedersen Gram(1850-1916)

108

き問題を単刀直入に明言している．

> そのような質問の1つは，保険会社が実際の純保険料式積立金または必須積立金を上回るべき割増積立金の規模を決定することである．これは既に何人かの数学者によって実際に取り扱われつつも，まだ成功裏に解決されたとは言えそうにない．そのような割増積立金の必要性は，算定された必須積立金が，死亡率と利率が与えられた平均値表に示された数値に従って積立てられているという条件の下でのみ正しいことから明らかである．しかし，たとえ契約を結ぶにしても，長期的に考えて，1年といった短期間の申請では予想することはできない．個々の年には，大きな保険会社は，死亡率表に従って起こるべき相対的に大きな偏差に対して備えておかなければならない．（拙試訳）

グラムの理論を現代的な言葉で表現するには確率変数を導入する必要があり，厳密に定義するのは結構面倒である．しかし，時刻 0 時点においてx歳である人の余命を T と表すならば，この T は直感的には，確率変数なのである．T のどこに確率が絡んで来るのかと言われれば，「T が 1 以上である確率は，x歳の人が 1 年後に生きている確率である．」と読み替えれば良い．この T を使うと，保険金を死亡時に即時に支払う終身保険は新たな確率変数 v^T と表すことが出来て，このv^Tの期待値が古典的な保険数学での保険金即時払終身保険の一時払い保険料に一致することが示される．もちろん，$v = \frac{1}{1+i}$である．更に，グラムは，v^Tの美しい**分散公式**[63]を得ている．そして，同様の単純な結果が他の型の保険契約にも成立することを示した．グラムはそのような公式の有用性を認識したが，それらの普遍的な重要性までは認識していなかった．彼はそれらを導出してから約 10 年後に，その結果を公表し，その後，読者数の少ない地元デンマークの機関紙に掲載した．その結果，クズーバー（1910）による再発見まで，その諸結果はより広いアクチュアリーの世界では失われていた．

グラムは，デンマークの著名な数学者でもあった．線形代数の教科書でお馴染みの直交化法には彼の名前が付いている．ただ，実際にはラプラスが大分前に発見しており，本質的にはコーシーが，1836 年には，使っていた．

グラムはデンマークの古都ハザスレウから西に 18 キロメートル行ったヌストープ[64]という村の農家に生まれた．大学を卒業するとすぐに不変

---

63 参考までに，その公式を示しておく．$\mathrm{Var}(v^T) = {}^2\bar{A}_x - (\bar{A}_x)^2$
ただし，${}^2\bar{A}_x = \int_0^\infty (v^2)^t \; {}_tp_x \mu_{x+t} \, dt$　つまり，$\bar{A}_x$の定義式のvの場所にv^2を代入した式．

64 Nustrup

105

式論に関する重要な論文を発表し，その翌年，1875 年に，ハフニア[65]生命からアシスタント・アクチュアリーに任命される．そして，同社で順調に職階を上げながら，確率論と数値解析という仕事に関係の深い応用数学と解析数論のような純粋数学の両方で論文を発表し続けた．その結果，1884 年，デンマーク・アカデミーからゴールド・メダルを受賞している．彼は，大学で教鞭を執ったことも学生を指導したこともなかったが，彼の存在は，デンマークの数学者に大きな影響を与えた．保険業の方でも，1895 年から 1910 年ハフニア生命の役員を務め，1910 年から亡くなるまでデンマーク保険委員会の議長を歴任した．

グラムの生涯最後の日は，突然やってきた．1916 年 4 月 29 日，デンマーク・アカデミーの会議に出席する途上，二輪車に轢かれ，交通事故で亡くなった．66 歳の誕生日を迎えるほんの 2 ヶ月前の春であった．

17 マルチンゲールへの道—ハッテンドルフの定理

純保険料式責任準備金を確率変数の条件付期待値として定式化した場合の古典的な結果として，**ハッテンドルフ[66]の定理**(1868 年)[67]がある．この定理が与える式を使えば，生命保険の種類を問わず決定論的な意味での純保険料式責任準備金さえ算出されれば，確率変数として表現された責任準備金の分散を計算することが出来るのである．これは，統計学と生命偶発事象の理論を結びつける理論的に重要な結果であり，保険会社のリスクを分析する上での有効なツールとなった．たとえば，同じ被保険者が同じ保険期間で同じ保険金の養老保険と定期保険に加入した場合，養老保険の方が分散は小さくなることが示される．つまりリスクの観点からは養老保険の方がリスクは小さいことが分かったわけである．しかも，計算値による大小評価であるから，どれくらい小さいかまで分かる．更に，利率が変動するモデルでの責任準備金の定義に対しても，この定理は適切に拡張す

---

65 Hafnia

66 Karl Hattendorff(1834-1882)

67 $\mathrm{Var}(\ {}_{t}L|K_x > t) = \sum_{j=0}^{\infty} v^{2j+2}(1 - \ {}_{t+j+1}V)^2 \ {}_{j+1}p_{x+t} \cdot q_{x+t+j}$

ただし，$\mathrm{E}(\ {}_{t}L|K_x > t) = A_{x+t} - P_x \cdot \ddot{a}_{x+t}$ （終身保険の純保険料式責任準備金）

この定理の証明に使われる，次の二つの命題も重要である．

$\mathrm{E}[\Lambda_j|K_x > t] = 0 \ \ \mathrm{Cov}(\Lambda_i, \Lambda_j|K_x > t) = 0\ (i < j)$

ただし，$\Lambda_j = \begin{cases} 0 & K_x < j \\ v - (\ {}_{j-1}V + P) & K_x = j \\ v \cdot {}_{j}V - (\ {}_{j-1}V + P) & K_x > j \end{cases}$

Hattendorff, K. (1868). Das Risico bei der Lebensversicherung, Masius' Rundschau der Versicherungen 18,169–183.

106

ることで適用することができる．そして，その結果は，責任準備金と確率過程で重要なマルチンゲール[68]の差分との深い関係へと導かれていく．

ハッテンドルフの定理は，もともとは，非常に多くの保険契約の存在を仮定し，正規分布の使用に基づく近似としてのみ述べられていた．厳密な証明はステフェンセン（1929）によって初めてなされた．

カール・ハッテンドルフ(1834-1882)：ハノーバーの製本職人の息子として生まれ，ハノーバー技術学校で数学を学び，ゲッティンゲンで学位を取得した．天才数学者リーマンの死の 3 か月前に，式だけが書かれた最小曲面の論文の原稿を委ねられ，彼が説明を付け加えて発表している．また，リーマンの死後，その講義録「偏微分方程式とその物理学への応用」の編集も行っている．ロッホとともに，早世が惜しまれるリーマンの高弟の一人である．このような保守本流の数学者が，保険数学の論文を書いていたことは興味深い．彼が保険数学に造詣が深かったのは，25 歳のときに，デヴィッド・ジョーンズの『年金ならびに遺族年金の価額』を翻訳していたからであろう．一般の数学者は，保険数学に余り興味を持っていないと思い込んでいたが，昔は案外交流があったのかも知れない．実際，基本的な位相空間であるハウスドルフ空間に名前を残すハウスドルフ[69]もハッテンドルフの定理を取り上げて論じている．

18 戦うエリザ・ライト—不可没収法への道

「アメリカの生命保険は，実際のところ，英国の朝食テーブルから始まった．」後にピューリッツアー賞を受賞するバートン・ヘンドリックは，このような意味深長なことばを皮切りに，エリザ・ライト[70]について語り始

---

68 有限な平均値を有する確率過程$\{X_n; n = 1,2,\cdots\}$の重要な性質で，X_{n+1}の$X_1,\cdots,X_n$を知ったときの条件付平均値がX_nに等しい場合を言う．語源はアラビア語でもともとは馬具の胸繋（むながい）の意味であったが，フランスでは賭けの用語（倍賭ゲーム）として用いられていた．1934 年に Paul Lévy により確率論に導入され，martingale と云う用語は J .Vlle に 1939 年に導入されたが，系統的な研究は J.L.Doob (1940)に始まり，1960 年代に入って飛躍的に発展する．

69 Felix Hausdorff (1868 –1942)：ボン大学教授で，カントールの点集合論を現代的な位相空間論に発展させた先駆者の一人．彼は，驚くほど多彩な才能の持ち主で，作家としての活躍も有名であるが，まさか保険数学にまで興味の幅を広げていたとは，筆者も本論を書くまで知らなかった．ナチスが台頭し，多くの友人や教え子がドイツを離れるなか，彼は頑なにボン留まり続けた．そして，終に 1942 年，ユダヤ人であった Hausdorff の強制収容所送りが決定され，彼は，妻や義理の妹と共に毒を呷って名誉ある死を選んだ．悲しい戦争の犠牲者であった．

70 Elizur Wright(1804-1885)

107

めた．

1844 年，ラ・フォンティーヌ寓話集の自作翻訳を販売するためにロンドンに来ていたエリザ・ライト(40)は，詩人でエンターティナーでもあるジョン・ケニヨンが主催するサークルに参加していた．そこで詩人のバリー・コーンウォールの横に座り，ロンドンの印象を面白く語って見せた．最近サン生命へ訪問し，カーライル生命表の作成者でもあるヨシュア・ミルンと交わした内容などを熱心に話した．そして，このロンドンへの旅行が，書籍の販売とは別に，マサチューセッツ州の会社の利益のために英国の生命保険の状況を調査することも目的の一つであるとライトは説明した．彼は，渡英前に，マサチューセッツ・ホスピタル生命の数理部からの仕事を引き受けていたので，保険数理については，既にかなり学んでいたのである．

「生命保険だって！」 コーンウォールが話を遮った．

「まあ，あんなものはキリスト教世界最悪のペテンでしょうな！」

驚いたライトにコーンウォールは，続ける．

「どうです．次の木曜日の午後に王立取引所を訪ねてみませんか．私の言ったことが嘘でないことが分かりますから．」

19 世紀の王立取引所の風景

実際に行ってみると，ちょうど生命保険の競売が進行中であった．入札者は主にユダヤ人の投機家で，犠牲者はほとんどの場合，全財産を生命保険につぎ込んできた老人であった．彼らは，今や保険料を支払い続けることができない経済状態になっていた．当時は，契約者の持分として，解約返戻金額がある，という原則は未だ認識されておらず，保険が失効した場合，契約者は，現金収入を得るためには，彼らの保険証券を詐欺師たちに売り飛ばすよう強制された．保険証券を安く買い叩いた購入者たちは，保険料を支払続けることで，被保険者の死亡時に保険証券の額面通りの保険金を受け取った．つまり，購入者たちは，哀れな被保険者が一刻も早く死ぬ可能性に賭けていたのである．このおぞましい競売は毎週木曜日の午後に行われており，そのことは新聞広告に掲載されていた．一人で 42 人分の保険証券を買い漁った個人投機家もいた．

ライトは，これまで自国アメリカで，人々の先頭に立って活動してきた熱烈な奴隷制度廃止運動家でもあった．彼の眼には，この二つのおぞましい競売はだぶって見えたに違いない．更に，彼は，このことが英国の生命保険制度全体が抱えていた様々な病巣の典型例の一つに過ぎないことを知った．当時の英国の保険事業は大半が詐欺師たちの手に奪われていたの

108

である．衡平法裁判所は，絶えず潰れた保険会社に悩まされていた．25 年間で約 300 の会社が設立認可され，同じ時期に約 250 が破綻した．生命保険会社は落ちぶれた貴族たちのお気に入りの組織でもあった．彼らは見栄えの良い事務所を設置し，目立つ目論見書を発行し，勧誘員には手数料として保険料の 35 及び 40 パーセントを支払い，「経費」として保険料の 50%が恒常的に引き出されていた．しかしすぐに，肝心の保険契約の保険金請求に対しては，満足に支払うことができないことに気づくのだった．

ライトは，同様の傾向が母国アメリカでも現れはじめていることを思い出した．一方で，彼は生命保険を十分に研究していたので，それが基本的には健全な制度であり，適切に運用されれば，経済システムの最大の保護手段の１つになり得ることを知っていた．そこで，英国で目撃したような汚辱から自国を救うために，全身全霊を投げ打つことを厳粛に神に誓った．

エリザ・ライトは，1804 年２月１２日，アメリカのコネティカット州リッチフィールド郡サウス・ケイナンに生まれた．父親も同名で，エール大学を卒業して数学教師をしており，ライトの数学的才能は父親譲りのものと思われる．ライトは父が経営する塾で学び，父と同じこの名門校に入学し，２２歳で卒業した．卒業後，中学教師になり，そこで教え子のスーザン・クラークと大恋愛の末 25 歳のときに結婚する．教えることは嫌いではなかったが，飲み込みの悪い生徒に合わせることが苦手だったらしく，教師という職業は，あまりライトには向いていなかったようだ．

ライトが父母の近くに住みたいと考えていたら，たまたま設立間もないウェスタン・リザーヴ・カレッジが教師を募集しており，父親が理事をしていたこともあったので転職することにした．ところが，転職先で，気紛れに聞いた奴隷廃止運動家セオドア・トワイト・フェルドの演説にすっかり感動して，奴隷廃止運動にのめり込むことになる．しかし，これがもとでカレッジを辞めなければならなくなり，フェルドの口利きで「ニューヨーク奴隷廃止協会」の書記になれたが，ここでも働き過ぎて仲間の嫉妬を買い，１年ともたなかった．ライト３６歳，９人の家族を抱えて途方に暮れた．

ここでなぜかラ・フォンティーヌの寓話集を翻訳して売り歩くことを商売にするのだが，こんなことで大家族の生活費が購えるわけもない．しかたなく，地元にあったマサチューセッツ・ホスピタル生命の数理部から仕事をもらって日銭を稼ぐ始末．しかし，ここでライトは初めて生命保険と出会うことになる．しかし，この時点では，これを一生のライフワークにする積りなどさらさらなく，ライト(40)は，意外に評判の良かったフォンティーヌの翻訳本をイギリスで売ろうと考えた．ライトが渡英するとの話を聞いて，マサチューセッツ・ホスピタル生命は英国の進んだ生命保険事情を調査することをライトに依頼した．このような状況の下で冒頭に紹介した「保険セリ市」を目撃し，彼の人生は天命に向かって大きく舵を切ったのである．

109

1844 年の３月から１０月と云うわずか半年余りの滞在であったが，英国にいる間，ライトは保険先進国である英国の生命保険会社に，数学的側面と人道的観点の両面から，注意を払い，当時の最も進んだ保険数理のテキストであるデヴィッド・ジョーンズの『年金ならびに遺族年金の価額』を貪り読んだ．パートタイマーなどで細々と日々の糧を稼ぎながら，奴隷解放運動は継続させていたが，1846 年，ライト(42)はボストンで『週刊クロノタイプ』という新聞を発刊して，奴隷制度に反対するとともに生命保険事業に対して厳しい批判を行った．

この新聞を通じてライトの意見に賛同するものもあらわれ始めた．その中にニューイングランド・ミューチュアル社の社長のフィリップがいた．彼は，責任準備金を科学的根拠に基づいて計算し，積立てなければならないとするライトの考えに興味を持った．個々の契約について正確に責任準備金を計算できる簡易計算表の作成を依頼した．これはイギリスの生保各社やアクチュアリーたちがその作成に労力がかかり過ぎることから，現実的には到底作成不可能としていたものである．ライト(49)は７年の歳月を費やして，1853 年，遂に『生命保険責任準備金表』を完成させた．ライトのアクチュアリーとしての抜きん出た力量と並外れた馬力の大きさを感じさせる仕事である．この表によって，従来アクチュアリーの仕事とされていた領域の一部が普通の事務職員でも容易に行えるようになり，しかも支払余力という重要な問題が，数学を解しない取締役にも理解し得るものとなった．また，この冊子の序文で，責任準備金は，契約者のものであるから会社が没収してはならないという「責任準備金不可没収論」が提唱されていたことは留意しておく必要がある．

この『責任準備金表』は，ライトのアクチュアリーとしての名声を高めたが，だからと言ってすべての会社がこの表に基づく積立をしたわけではない．1854 年，ライト(50)は，マサチューセッツ州の全ての生命保険会社に，毎年，契約の負債評価額を州に提出することを義務づける法律を制定するよう州議会に働きかけた．すげない拒絶や嘲笑をものともせず，４年の歳月の後，彼の執念により議会を通過させるまでに漕ぎ着けた．1858 年，マサチューセッツ州法律 177 号「保険監督官設置法」が成立した．これはアメリカ保険史上特筆すべき出来事である．同年，ライト(54)は，初代保険監督官に就任し，文字通り「大鉈」を振るって，彼が定めた積立基準を充たさない会社に保険販売停止を命じた．生保会社から激しい抵抗にあったが全く動じず，債務超過で事業継続非適格とされた会社は１ダースにものぼった．しかし，この荒療治によってアメリカの生命保険業界の支払余力は安全性が担保されるようになった．ここから，いよいよ不可没収法に狙いを定めることになる．

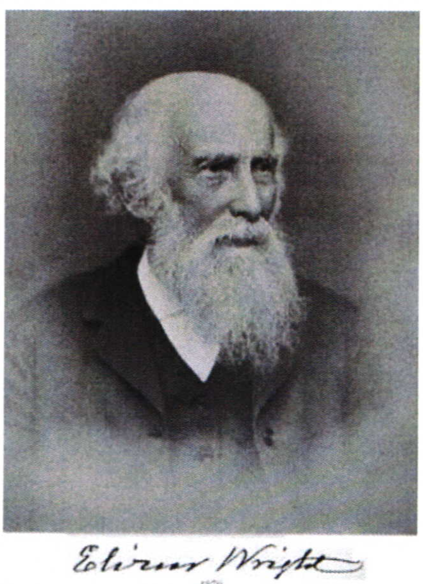
1861 年，ライト(57)は，生保業界あげての反対を押し切って，「マサチューセッツ州の不可没収法」を議会に通過させた．これにより，保険会社は責任準備金を勝手に処分することが出来なくなった．かと言って，現金で返還することが義務付けられていたわけではないので，延長定期保険を

110

導入することになった．この業績を受けて，ライトを「延長保険の父」と言われることもある．

しかし，このような行政手法に保険会社の経営者たちが黙っているわけはなかった．ライトが個々の会社の経営指導に応じる際のコンサルティング料をライトが得ていたことが追求され，1867 年，ライト(63)は保険監督官の職から解任された．[71] 更に，生保各社は，口封じに１万ドルの終身年金をちらつかせてライトを懐柔するが，このようなものが「戦う改革者」に効くはずもなく，断固拒否されてしまう．また，1868 年，ニューヨーク・ライフ社は、ライト(64)に大きな刺激を受けて，没収にかわるものとして払済保険の規定を新たに設けた．

ライト(67)は，1871 年，今や保険監督官ではなく個人として，州議会に「生命保険契約の解約価額を定める法律」案を提出したが，ニューヨークの大会社によるロビー活動により阻止されてしまった．しかし，ライトは，こんなことでめげる人物ではない．以後，1871 年に成立させ損なった法案を通すべく，多面的かつ精力的に活動を継続する．そして，業界のこれに対する反発も激しく，両者は一歩も譲らなかった．



ライトの不屈の頑張りとカリフォルニア州などがライトの案を採用した時代の流れもあり，1880 年，ついにマサチューセッツ州解約価額法が制定され，契約失効時の現金による払戻が実現した．このときライト７６歳，遠いロンドンの地で祖国の生命保険の健全化に一生を捧げることを誓ってから既に３６年の歳月が過ぎていた．動こうとしない行政，没収益を手放そうとしない生保経営者たちとの絶え間ない戦いの日は，ようやくライトの勝利で終わろうとしていた．しかし，倦むことを知らない永遠の改革者は，既に，渡英以来片時も忘れていなかった，ボストン郊外の森林保護と公園の問題に取り組み始めていた．彼は，生涯最後の日まで「戦うエリザ・ライト」であり続けた．

---

[71] この年の５月２６日，Wright の娘，Lucy が 25 歳の若さで亡くなった．結核であった．父親の仕事を手伝いながらアクチュアリーとしての技量を身につけ，資格を取ったこの娘は，亡くなったのが余りにも若すぎて，目立った実績を残すことは出来なかった．しかし，彼女の名前は，史上初の女性アクチュアリーとして，アクチュアリー史に刻まれている．（たまたま，この文章を書いているときに「史上初の女性フィールズ賞受賞者マリアム・ミルザハニさんが乳がんのため死去．40 歳」という記事が飛び込んできた．数学オリンピックで満点を取った可憐なイランの天才少女の出現を思い出した．合掌)

史上最高のアクチュアリーとは誰であろうか？この問いに誰もが認める正解などないが，全くの独断と偏見が許されるなら，筆者はエリザ・ライトを挙げたい．保険制度そのもの，ひいては社会に与えた影響の大きさや志の高さと言う視点から見たとき，エリザ・ライトの大きさは群を抜いている．現在のわれわれには分かりにくいかもしれないが，彼には，ファックラー，ホーマンズといった少数の信奉者はいたものの，総じて大多数のアクチュアリーたちからは忌避されていた．「アクチュアリー会をつくれば、ライトもその会員にしなければならない」ことから，全米アクチュアリー会の結成が 15 年から 20 年遅れたとさえ言われている．当時のアメリカの保険会社側に立って考えれば，皆，ライトに「してやられた」と思っていたのであろう．しかしながら，我々は人を歴史的に評価するとき，それがどのような視点に基づくものであるかを常に注意しておく必要がある．

アクチュアリーを応用数学者と言う側面で捉えたなら，ライトよりも彼と同時代を生きたウールハウスの方が洗練されていたかもしれない．職業人としてどれだけ重職についたかと云う観点から見れば，基数法の発案者のバレット（前論文参照）なんかは全くの失敗者である．一人の人物のアクチュアリーとしての評価はどのようになされるべきかに対し，筆者は自信をもって答えられる言葉を持たない．ただ，永い歴史の裁定を受けて残っていく価値あるものを創り出した人には，それ相応の評価がされて欲しいと願うだけである．

112

あとがきと謝辞

昨年の論文を執筆してから，保険数理についての調査・研究を１年間継続していくなかで，いろいろ気付かされることがあった．たとえば，昨年紹介したゴンパーツのように「一般的な数学史では，ほぼ無名であるが保険数学の世界では，知らない人がいないと言えるほど有名」な人物とは別に，今回紹介したティーレの微分方程式を世に広めたヨルゲン・グラムのように，大学初年級の線形代数の教科書に必ず載っている「直交化法」に名前が冠される人物でありながら，実は，大学には籍を置かない保険会社のアクチュアリーであったこと，リーマンが自分の遺作となる論文のアイデアを託した高弟ハッテンドルフが，保険数学の教科書を翻訳していて，しかも保険数学に於いて名前を冠された定理を発表していたことなどは，筆者の数学史観に少なからず影響を与えた．他にも，本論では触れる機会がなかったが，藤沢利喜太郎が生命保険論を書いた動機であるとか，ゲッチンゲンが当時，純粋数学のみならず保険学においても聖地であったこと等々，自分の勉強不足を思い至らされることの連続であった．

極め付けは，昨年の論文で，「利力を２倍にする」ことを意味するアクチュアリー記号の左上に添記された「２」に対して，「筆者自身は，使用されている例に出くわしたことは未だない．」などと恥かしげもなく書いていたが，本論で紹介した「グラムの公式」でしっかりと使われていることをゲルバーの教科書で見つけた．まったく汗顔の至りである．おそらく本論においても同様に無知・愚論を披露しているであろうが，炯眼な読者からのご指摘を期待したい．

最後になりましたが，このような論文を発表する場を与えてくださいました津田塾大学数学・計算機科学研究所の三宅克也氏と立教大学，津田塾大学数学・計算機科学研究所佐藤文広氏，津田塾大学数学科長岡一昭氏に深く感謝致します．

113

引用文献

1 Baden,A. : Journal of the Institute of Actuaries pp.77-95 (1877.Jan)
2 Baily,Francis : Doctrine of Life Annuities,(1813)
3 Benjamin,B. , Polland,J.H. : The Analysis of Mortality and other Actuarial Statistics,(1980)
4 Brand,Charles : A Treatise on Assurances and Annuities en Lives, with Several Objections Against Dr. Price's Observations on the Amicable Society and Others,(1775)
5 Braun,Heinrich: Geschichte der Lebensversicherung und der Lebensversicherungstechnik,2 Aufl.,Berlin,Duncker & Humblot,1963.
6 Cherriman,J.B. : Actuarial Notes, Journal of the Institute of Actuaries, Charles & Edwin Layton ,(1879)
7 Davies, Griffith: Tables of Life Contingencies ,London,(1825)
8 De Morgan,A : Some Account of James Dodson, Journal of the Institute of Actuaries vol.14,No.5, (1868),pp.341-364
9 Dodson,James : The Calculator: Being Correct and Necessary Tables for Computation, Adapted to Science, Business, and Pleasure(1747)
10 Dodson,James : The Mathematical Repository, Vol. III(1755)
11 Elderton,W.P. : William Morgan, F.R.S, 1750-1833. TFA 14(1931): 1-20.
12 Exhibition Catalogue, Illustrating the history of actuarial science in Great Britain with special reference to the Institute of Actuaries, Centenary Assembly 1948.
13 Gompertz,Benjamin : A Sketch of an Analysis and Notation applicable to the Value of Life Contingencies ,L. Davis (1820).
14 Haberman,Steven ; Sibbett,Trevor A , History of Actuarial Science Vol. 1~10, Pickering & Chatto, London, 1995
15 Hald A.: A History of Probability and Statistics and Their Applications Before 1750 ,New York: John Wiley and Sons, (1990)
16 Hald,Anders : A History of Probability and Statistics and Their Applications before 1750, John Wiley & Sons, 2005
17 Hendrick,Burton Jesse : The story of life insurance.(1907)
18 Hooker,P.F. : Benjamin Gompertz, 1779-1865. JIA (1965) 91:203-212.

114

19 Jones,David ： On the Value of Annuities and Reversionary Payments with Numerous Tables, Baldwin and Cradock ,(1843)
20 Jordan,Chester Wallace ：Life Contingencies.(1952)
21 Koch ,Peter ： Beiträge zur Geschichte des deutschen Versicherungswesens, VVW GmbH.(2015)
22 Koch ,Peter ： Geschichte der Versicherungswirtschaft in Deutschland, VVW GmbH.(2012)
23 Meikle,James ：An Analysis of the Profits of Life Assurance
24 Milevsky,Moshe A. ：King William's Tontine, Cambridge University Press,(2015)
25 Milne,Joshua ： A Treatise on the Valuation of Annuities and Assurances on Lives and Survivorships: On the Construction of Tables of Mortality and on the Probabilities and Expectations of Life,Vol 1,2, Longman, Hurst, Rees, Orme, and Brown, (1815)
26 Nicol,G.W.: The Antijacobin Review. (1806),p.256
27 Ogborn,Maurice：Equitable Assurances, The Story of Life Assurance in the Experience of the Equitable Life Assurance Society, 1762-1962,Taylor & Francis, 2005
28 Some Landmarks in Actuarial Science, Catalogue of exhibition at Staple Inn Hall November1985
29 Stephen,Leslie ：Dictionary of national biography, Volume3,pp.281-282,(1885).[George Barrett]
30 Todhunter,Issac ： A History of the Mathematical Theory Of Probability from the Time of Pascal to that of Laplace, (1865).
31 Turnbull Craig ： A History of British Actuarial Thought, Springer (2016)
32 Wright,Elizur：Valuation Tables, of the "Combined Experience," on "Actuaries' Rate of Mortality,University of Michigan,(1871)
33 ゲルバー,ハンス.U. ; 山岸義和(訳)：生命保険数学,シュプリンガー(2007)
34 スタルソン,J.O.：アメリカにおける生命保険マーケティング発達史(上,下), 明治生命 100 周年記念刊行会,1981,1982
35 トドハンター,アイザック;安藤洋美(訳)：確率論史,現代数学社,(1975).
36 ブラウン,ハインリッヒ;水島一也(訳)：生命保険史,明治生命 100 周年記念刊行会,(1983)
37 レインズ,H.E.：イギリス保険史, 明治生命 100 周年記念刊行会,1985

115

38 浅谷 輝雄：生命保険の歴史，四季社,(1958)
39 小林 惟司：保険思想家列伝 続，保険毎日新聞社,2008
40 小林 惟司：保険思想家列伝，保険毎日新聞社,1991
41 京都大学理学部ｱｸﾁｭｱﾘｰｻｲｴﾝｽ部門 編： アクチュアリーのための生命保険数学入門，岩波書店,(2014)
42 鈴木 真治：Halo Notation の由来―Cajori が書かなかった数学記号の歴史，第 27 回数学史シンポジウム(2016.10.8～9) 所報 38(2017)，pp.81-117
43 鈴木 真治：古典的アクチュアリー数学史の話題より，日本アクチュアリー会会報第 71 号(2018)，収載予定
44 高橋 保行：「改革の人　エリザ・ライト」ｱｸﾁｭｱﾘｰｼﾞｬｰﾅﾙ　第 49 号
45 高橋 保行：「米国における生命保険解約価格の変遷」を読んで,ｱｸﾁｭｱﾘｰｼﾞｬｰﾅﾙ　第 13 号
46 日本生命百年史,1992
47 福地 誠：アクチュアリー昔話，保険毎日新聞，(1984-1986)
48 二見 隆：生命保険数学(上,下)，日本アクチュアリー会，(1988)
49 守田 常直：保険数学(上,下)，生命保険文化研究所,1963,1964
50 山内 恒人：生命保険数学の基礎,東京大学出版会,(2014).

116