第２８回 数学史シンポジウム　　於　津田塾大学　　　　　　　（２０１７．１０．１５）

室井和男新著『シュメール人の数学』について

東京海洋大学名誉教授　中 村　滋

今年の６月，室井和男氏が新著『シュメール人の数学』を出版しました．共立出版の「共立スマートセレクション」というシリーズの第１７巻です．室井氏本人がこのシンポジウムに参加できないので，「コーディネーター」として出版に関わった私がその紹介をしたいと思います．「コーディネーター」というのは著者を選定し，大まかな内容やタイトルを著者と相談して決定し，内容についてのアドバイスもするのですが，あくまでも著者は室井氏一人です．

今からおよそ 4000～4600 年前に シュメール人が作り上げた数学を紹介するのが この魅力的な新著の内容です．このような作業が どれほど大変な事なのか 理解するために，室井氏自身の前書きの最初の部分を見てください．

はじめに

この本の目的は，紀元前2600 年ごろから紀元前2000 年ごろまでのシュメール人の数学の概要を一般の読者に伝えることであり，それはおそらく世界で初めての試みとなるであろう．数学史や科学史の本にこの時代の数学について詳しい説明が全くないことには十分な理由がある．まず第一に，この時代の粘土板からはバビロニアの数学（紀元前2000 年～紀元前300年）に見られるような数学問題集や組織的な数表が出ておらず，当時の書記学校での計算練習の様子を垣間見ることができる粘土板がわずかに発掘されているだけなのである．第二に，何らかの計算を含む行政経済文書の数の多さである．公表されている粘土板は何万，何十万枚にも上り，一枚一枚を正確に理解して数学的内容を探ろうとするならば，一人の人間が一生の間に取り組める量をはるかに超えてしまう枚数となろう．たとえて言うと，「人生が二度あれば（ある歌詞）」どころではなく，三度でもそれを行うことは困難のように見えるのだ．第三に，これらの粘土板を数学的見地から調べようとする研究者の数の少なさである．いわゆる理系の人（ここでは大学で数学を学んだ人の意味）が何の訓練もせずにこの分野に立ち入ることは事実上不可能と思われる．翻訳のある資料集が完備されているわけではなく，信頼できるシュメール語の辞書もない現状では，数学史家や科学史家が概説を書こうとすると粘土板文書自体を自分で調べなくてはならない事態となる．「二度目の人生」が必要となる所以である．一方，文系の人（ここでは大学で数学を学ばなかった人の意味）は，シュメール人の社会，政治，経済や文学に興味を持って研究してきた人がほとんどであり，粘土板文書の数学的側面を見逃す可能性は十分にあったと言わざるを得ない．　　　　（引用以上）

巻末に書いた「コーディネーター」としての私の文章の一部によって，この本の大雑把な内容を見ていただきましょう．

世界初の快挙で数学の源流に迫る　　　　コーディネーター：中村　滋

世界初の快挙

ここに世界で初めて「シュメール人の数学」をまとめた本が完成しました．人類最初の文字を発明したシュメール人は古代メソポタミア文明の最初の担い手です．後にレベルの高い古代バビロニア数学が発展した同じ地において，膨大な行政･経済文書などを残しました．室井氏はこれらの文書に現れた「**数字**」に注目して，残されていない途中の計算を推測し，意味を探る，という手間のかかる作業を繰り返し行うことによって，その奥にある「**数学**」の内容を明らかにしてきました．その成果が蓄積されて，一書をまとめるまでになったのです．今からおよそ 4000～4600 年前の数学を解明することは，「数学」の源流を解き明かすためにはどうしても必要なステップです．先ずは，コツコツと粘土板の解読を続けてきた室井氏の長年にわたる努力をねぎらいたいと思います．

古代オリエントの数学

（一部省略）1930 年頃からノイゲバウアー（Otto Neugebauer；1899-1990）たちの切磋琢磨によって，古代バビロニア数学の内容が明らかになってくると，そのレベルの高さに驚きが拡がりました．手のひらに乗るほどの，ひびの入った小さな粘土板（YBC 7289）に，$\sqrt{2}$ の近似値が（10 進法に直すと）小数点以下 5 桁まで正しく求められているのに驚き，大小様々な直角三角形を（内角がほぼ 1°づつ下がるように）15 個並べ，その $1+\tan^2\theta=\sec^2\theta$ の表（Plimpton 322）が作られているのに驚きました．古代ギリシアで「ピュタゴラスの定理」が証明される 1500 年も前のことです．同じ頃，たくさんの 2 次方程式を同じ方法で解くことによって，「根（解）の公式」を書き下す手段はないまま，実質的に「根の公式」によって解いていたことも分かりました．これらの発見によって旧来の数学史は大幅な書き換えを余儀なくされたのです．古代ギリシア数学の壮大な理論体系は，それ以前の古代オリエントにおける輝かしい数学の上に建設されたからです．

20 世紀終わりまでに解明された古代バビロニア数学については，日本数学会の出版賞を受賞した室井氏の名著『バビロニア数学』（東大出版会；2000 年）に詳述されています．その後，室井氏がついに完全解読に成功したプリンプトン 322 や，大きな正 20 面体の表面積を計算していたことなどの新発見の一部と，古代オリエント数学から初期のギリシア数学への移行については，私との共著『数学史 ― 数学 5000 年の歩み』（共立出版；2014 年）において室井氏自身の言葉で語られています．（一部省略）

シュメール数学の大手柄

理論的には極めて便利な 60 進法の採用と，1 から順に数えて 60 になったときに 1 つ上の位の 1 で表すという画期的な「位取り記数法」の発見は，バビロニア数学以前のシュメール人の手柄であることが分かりました．また「角度」の発見と 1 周 360°の起源もシュメール

人によるもののようです．1 日ごとの太陽の動きから 1° を定め，30 日で 1 ヶ月，12 ヶ月で 1 年にした（「ずれ」は神々にささげる祭日とし，月の動きと合せるために時折り閏月をいれる）ことと関係しているのです．こうして「バビロニアには角度がなかった」というこれまでの定説に正反対の事実が明らかになりました．

また特筆すべきは，文系学者の間で 120 年以上論争の的になっていた「エンメテナ碑文」の中の利子計算問題を解明したことです．これによって，「複利計算」はシュメール人に始まることが明らかになりました．これは大発見です．今もなお借金の複利計算で苦しみ，人生を狂わせる人が後を絶たないのですが，この苦しみは人類文明の最初期からあったのです！もう一つ見落とせないのが，円周率計算の先進性です．何とシュメール人の時代に，円周率 3＋1／8（＝3.125） が使われていた可能性が出て来たのです．3＋1／7 の方が良いことは知られていたものの，60 進法では使い勝手が悪いので 3＋1／8 を使ったのだろうという指摘には私も驚きました．

また古バビロニア時代に入る直前の混乱した時代の粘土板に書かれた，60 進法で 1，1，1（＝3661）および 1，1，1，1（＝219661）と書ける数を含む遺産相続問題の分析から，「素因数分解」はすでにシュメール人に知られていたに違いないと結論付けています．このような新発見が次々に紹介されて，シュメール人の数学の素晴らしさに圧倒される思いです．シュメール人の数学とバビロニア数学の違いは「2 次方程式が解かれていたかどうかにある」という著者の見解も明かされます．

『シュメール人の数学』の魅力

20 世紀にはバビロニア数学のレベルの高さに驚きが広がりましたが，私たちは本書によって，それ以前のシュメール人たちの数学のレベルに驚かされることになるのです．まるで謎解きのような解読の過程も垣間見ることが出来，上質のサスペンスのようなスリルと興奮に満ちています．しかもそれが作り話ではなく，4000 年もの時を隔てた人間が残した現実の記録そのものなのです．

上述の通り，エンメテナ碑文の解明によって「複利計算」がシュメール人に始まることがわかりましたが，そこにはシュメール語の格言，「涙を流す母 …… お前は借金に飲み込まれている！」が引用されていて，今も昔も変わらない人間の苦しみ，母の嘆きが浮き彫りにされます．最後にはベルリンにあるフンボルト大学のオッセンドゥリヴァー教授（Mathieu Ossendrijver）によるバビロニア天文学史上の最近の発見までが紹介されて，彩りを添えています．

（一部省略）さらに本書の価値を高めているのが，章末におかれたコラムです．室井氏がバビロニア数学史に入って行った理由に始まり，その修行の様子，そして長い助走期間を経てついにプリンプトン 322 の解読に成功した瞬間までの経過などが淡々とつづられています．「複利」に関しては，予備校でのエピソードや身内の失敗話，そしてバビロニア時代の切実な手紙などが紹介されて人情味を添えています．

一つだけ残念なことを書いておきます．室井氏がその後まとめた英文の「バビロニア数学

206

史」の原稿が，出版界の厳しい状況を反映して，未だに出版されていないことです．本書の出版を機に，どこか勇気のある出版社が見つかることを祈ります．

若い人たちへの期待

本書からは，室井氏自身の経験も振り返りながら，若い人たちへのやさしいまなざしと期待が伝わってきます．（一部省略）数学力と語学力に恵まれた若い研究者が現れて，ノイゲバウアーから室井氏に託されたバトンをさらに受け継いでくれることを切に願って，コーディネーターとしての言葉を終えたいと思います．　　　　　　　　　　（引用以上）

それでは，いくつかこの本から引用しておきましょう．いきなり次の図が出てきます．

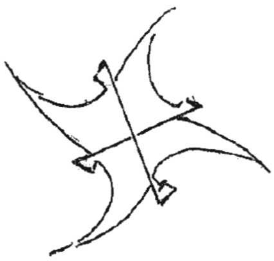


図 1-1　　OIP 99,2 （アブー・ツァラビーフ出土）

これは紀元前26 世紀ごろの，人名や職業名の一覧表の裏に書かれていたものです．ここに室井氏の感想が書かれています：「私は，この図柄が何のためのものかわからないが，これを書いた書記の見事な筆致と図形の対称性に関する感覚のすばらしさに驚かされた．深読みをすることは危険であることを承知しつつ，私はこの書記が何らかの数学的素質を持っていたと思うのである．」

また，同時期の粘土板にある，「宮殿の中の53 人の労働者と都市の中の55 人の労働者，合計 1;48＝108人 が逃げた」という記述から，書記たちは簡単に計算が出来て，それを正確に記録することだけを心がけていたこと，また別の粘土板にある「最も初期の，生まれたばかりの形式で書かれた文学作品」の翻訳まであって，１章の終わりは室井氏自身が描いた有名なグデア像のユーモラスな図で締めくくられます．

瞑想するグデア
（想像図） by K.M　　グデア像

207

円形の土地の面積計算に関して，新しい発見がありました．紀元前23 世紀ごろの粘土板 RTC 150 は当時の測量地図の断片で，円の中には，面積が 7サル10 ギン＝43／6サル（サルは面積の単位で，およそ $36\mathrm{m}^2$）と書いてあります．後の古バビロニア数学では，円周の長さがc（$=2\pi r$；r は半径）である円の面積を $c^2/4\pi$ $(=\pi r^2)$ としていたので，係数表には $1/4\pi$ の値がありました．$\pi=3$ とすると $1/12$（$=0$；5）で，これが“円形の土地の0；5”と呼ばれたのでした．大事な材木の太さや，麦の円形倉庫の体積を計算するときには，もっと正確な“材木の太さの0; 4, 48”が使われました．ここから $1/4\pi=$ 0; 4, 48＝2／25 となり，バビロニアでは $\pi=25/8$ が使われていたことが分かったのでした．さて，そこでシュメール時代のが 7サル10 ギン＝43／6サル の秘密解明のために様々な値を入れて計算したところ，倉庫の内径3ニンダン(1ニンダンは約6メートル)，壁の厚み 0; 1,40／2＝1／72(ニンダン；約8.3センチメートル）と仮定し，$\pi=25/8$ とすると，円の面積が 7；9,43, 25, 12, 30≒7; 10（サル）となり，RTC150 の値になったのです．これによってバビロニア数学の円周率 $\pi≒25/8$ も「シュメール起源と思われる」と結論付けました．（以上第4章）

RTC 150

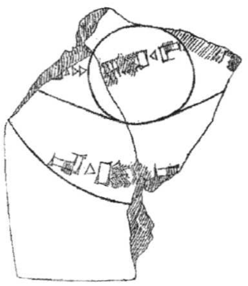


図4-4

RTC 150

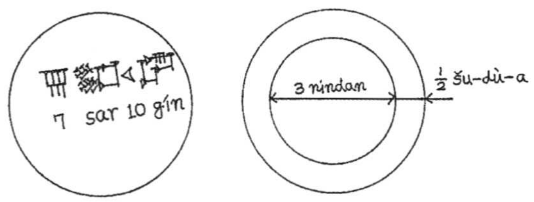


図4-5

次に「エンメテナ碑文中の複利計算」（第5章）を解説します．エンメテナは紀元前2400年ごろのラガシュの王で，エンメテナの回顧碑文とは，「隣接の有力都市ウンマとの長年の戦いの様子を書記に記録させたもので，円錐形の粘土釘と呼ばれるものの表面に楔形文字が刻まれたもの」で，「これが彼の建てた新しい神殿の礎石として神に捧げられ」，「地面に埋められ」いたものです．問題を室井氏自身の言葉で再現します：

「問題となる利子計算に関係する部分は，（中略）

Ⅱ 21 23.　1 gur_7（の大麦）をウンマの男は（ラガシュから）利子付きで借りた．

24.　（ウンマ側が大麦を返さないので）裁定が下された．

25 26.　（元利合計）40, 0, 0, 0（シラ，その量の程度は）gur_7 である．」

文系学者の間で120年もの間，論争の的になっていた理由は，（元利合計）とした数字を，天文学的な大きさになる 40,0, 0, 0×1 gur_7 と読み間違えたことによるもので，上記のよ

208

うに，「40, 0, 0, 0（シラ，その量の程度は）gur_7 」と補えばよかったのです．バビロニア数学特有の省略した数字の書き方に精通した室井氏は，読み始めた途端にこの間違いに気づき，1時間で解読してしまったそうです．室井氏の言葉をつなぎ合せて，事の次第を説明します．

「ラガシュはウンマに1 gur_7（約1152000 リットル）という大量の大麦を貸したようである．」　また，

「ウンマはラガシュから40, 0, 0, 0(= 8640000) シラの大麦の返済を要求されたわけであるが，これは借りた大麦5, 20, 0, 0(= 1152000) シラ のちょうど7.5 倍である．」

そこでハンムラビ法典などにあるバビロニア時代の利率 33＋1／3% の複利と仮定して計算したところ，驚くことに7年，まさに「神秘数7」が現れたのでした！

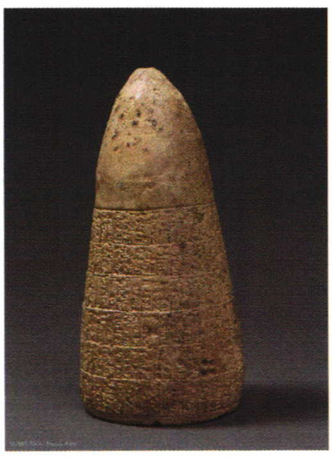
「ラガシュは7 年目にはウンマが大麦を返してくれるだろうと思ったのであったが，実際7 年目に起きたことは，ウンマによる返済ではなく，攻撃であった．ウンマの王ウルルンマ（第Ⅱ欄22 行目でウンマの男と呼ばれている）は，ラガシュに攻め込んだが，エンメテナに撃退され，自分の親衛隊をも見殺しにしてウンマに逃げ帰って，そこで殺された．」

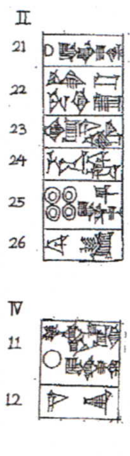
「ウルルンマの後を継いだイルはしばらくの間，ラガシュに対しては従順にしていたようだ．エンメテナ回顧碑文第Ⅳ欄11～12 行目は次のように伝えている．

Ⅳ 11～12．ラガシュの大麦10 gur_7 を彼は返済した．

これは，7:5×(4／3)＝10 なので，8 年後にウンマは元利合計10 gur_7 の大麦を返したことを意味する．この解釈で利子計算についての原文中に不可解な点は何もなくなったわけである．このように，シュメール人の書記は，王の命令に従って正確に計算を実行し正確に結果を碑文に刻んだのである．」

こうして，エンメテナの碑文を解読することによって，シュメール人の時代に複利の利子計算が行われていたことも分かったのでした．　　　　　　　　　　　（以上第5章）





エンメテナの碑文

209

次に角度の起源について，室井氏の言葉で説明します．

「バビロニアの天文学では，角度の基本単位はウシュ であり，1 ウシュ=1° であった．このウシュ からより大きな単位や小さな単位が導かれるが，ここでは以下の議論に必要な単位ダンナ(1 ダンナ=30°) だけを取り上げよう．これらの単位は，天球上の太陽の通り道である黄道を360 等分し，太陽の1 日分の動きを1 ウシュ（=1°），1か月（= 30 日）分の動きを1 ダンナ(=30°) と表したことに基づくものである．したがって，黄道十二宮の一つの長さが1 ダンナ というわけである．」
「このように角度は太陽の年周運動から生まれたものであったが，太陽の日周運動に目を移せば，1 ダンナは1日の1／12，つまり私たちが使っている時間では2 時間となり，1 ウシュ は4 分ということになる．」
「さて，もうすでに読者も気が付いたかもしれないが，この時間のダンナ とウシュから3.2 節で述べた距離のダンナ とウシュ が出てきたのである．太陽が黄道上を30° 動く間に，つまり2 時間の間に人が歩く距離が1 ダンナ（約10. 8km）なのである．その1／30 が1ウシュ（約360m）ということになる．」
「この角度，時間，距離に関する単位系は，ほぼ同時にできたのかもしれないが，逆の流れはありえないことに注意されたい．つまり，なぜかは知らないが，距離の1ダンナ を1ニンダン（約6 m）の測量棒の1800 倍と定義し，これがたまたま徒歩で一日の1／12 の時間を要する距離であったので，さらにこれを天体の動きを示す尺度として採用した，ということは考えられないことである．したがって，距離に関するダンナ やウシュ が確認できれば，角度を明確に示す天文学文書がまだ発見されていない時代であっても，円の一周を360° とする考え方は存在したと結論せざるを得ないであろう．次に，この距離の単位のダンナ とウシュ が，どの時代まで溯れるかを調べていこう．」
「次に取り上げる粘土板ITT 1，1175（図6.6）は，紀元前2300 年ごろのギルスで書かれたもので，5 つの地点間の距離を測り合計を計算したものである．おそらくこれら

ITT 1, 1175

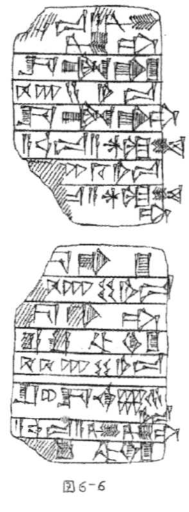


図6-6 **ITT 1,1175**

210

の5地点は，川または運河沿いに位置していたものと思われる．（一部省略）

12．23, 40(= 1420) ニンダン（約8520 m）である．

13．合計，2 ダンナ 7, 14(= 4034) ニンダン（約24.2 km）．（以下省略）」

「さて，上の粘土板ではダンナの単位はあったが，ウシュの単位は使われていない．私は同時代の粘土板にこのウシュ の単位を確認することができなかったが，これは書き方の習慣の問題と思われる．つまり，1ウシュとせず，少し大きめの数字1 を使って単に1, 0 ニンダンと書いていたのであろう．」（以上第6章）

次に，「天文学文書中の台形の二等分公式」を取り上げます（第7章）．これも室井氏に説明してもらいましょう．

「2016 年1 月．アメリカの科学雑誌サイエンスにドイツ人M. オッセンドライバーは，バビロニア天文学に関する衝撃的な論文を発表した（M. Ossendrijver, "Ancient Babylonian astronomers calculated Jupiter's position from the area under a time-velocity graph ", *Science*, 29 (Jan. 2016 : vol. 351), pp. 482 484)．
これは論文名が示すとおり，バビロニア人（ただし，紀元前350～50 年ごろ）が黄道に沿った木星の動きを，横軸に時間（日数で表す），縦軸に速度（1日当たりの角度の変化）をとってグラフ化して考えたものであり，面積によって木星の角度による移動距離を計算したものであった．以前この手法は紀元後14世紀のイギリスで初めて考え出されたものと思われていたので，多くの人たちが衝撃を受けたわけである．紀元前一千年紀の粘土板からは多量の占い文書と古バビロニア時代と比較して質の低下した少数の数学文書が知られているので，私も「この時代に，このような合理的な考え方ができる人たちがいたのか」と驚かされた．」

「オッセンドライバーが扱った文書の中で使われている数学はバビロニア数学の範囲内のものであり，それ自体は驚くほどのものではない．多くの読者の耳目を集めたものは，おそらく，台形の二等分線の公式の利用であろう．これは古バビロニア数学の遺産相続問題の中に出てくる公式であり，台形の上底と下底の長さをそれぞれa，b としたとき，面積を二等分する上底と下底に平行な線分の長さd は，台形の高さにかかわらず，$d=\sqrt{(a^2+b^2)/2}$ で与えられる（図7.1 参照）．」

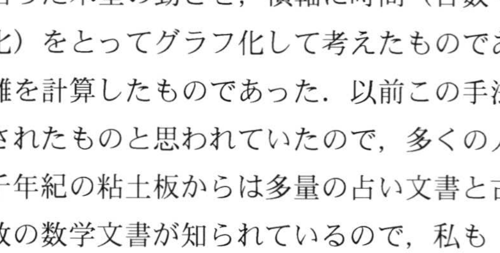


図7－1

面積を二等分する 底辺に平行な線分の長さd

211

室井氏は続いて台形の二等分線d の求め方について考察し，

「いくつかの問題の数学的分析から浮かび上がってくるのは，結局のところバビロニア数学の開拓者たちが最初に考えた比例の関係式を使うものなのである．」

とします．そして，よく書記の学習用に使用されていた紀元前23 世紀ごろの丸形の粘土板 IM 58045 を分析します．ここには，表側に台形を二等分した図が描かれていて，図に添え

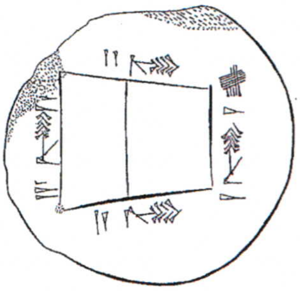


図7-4

IM 58045

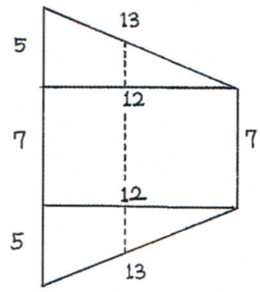


図7-5

られた数値は左右にそれぞれ a＝17 クシュ（約 8:5 m），b =7 クシュ（約 3:5 m）と書かれていて，上下に数値 2 ギ（= 12 クシュ，約6 m）が書かれています．

「この12 クシュを辺の長さではなく高さ h = 12 を意味すると考えれば上下の辺の長さは，三平方の定理より $\sqrt{(12^2+5^2)/2}$ ＝13クシュ·となり，左右に二等分された二つの台形の高さは，計算してみると，それぞれ 24／5 クシュ;36／5 クシュとなり，教育的には「良問」と言うことができるであろう（図7.5 参照）．」

として，予備校での教育経験も踏まえて，妥当な解釈を加えています．　　　（以上第7章）

私の紹介はここまでにしますが，最後にこの本の前書き（一部前出）と目次を見ていただきましょう．

共立スマートセレクション　17

シュメール人の数学　　室井和男著

212

はじめに

この本の目的は，紀元前2600 年ごろから紀元前2000 年ごろまでのシュメール人の数学の概要を一般の読者に伝えることであり，それはおそらく世界で初めての試みとなるであろう．数学史や科学史の本にこの時代の数学について詳しい説明が全くないことには十分な理由がある．まず第一に，この時代の粘土板からはバビロニアの数学（紀元前2000 年～紀元前300 年）に見られるような数学問題集や組織的な数表が出ておらず，当時の書記学校での計算練習の様子を垣間見ることができる粘土板がわずかに発掘されているだけなのである．第二に，何らかの計算を含む行政経済文書の数の多さである．公表されている粘土板は何万，何十万枚にも上り，一枚一枚を正確に理解して数学的内容を探ろうとするならば，一人の人間が一生の間に取り組める量をはるかに超えてしまう枚数となろう．たとえて言うと，「人生が二度あれば（ある歌詞）」どころではなく，三度でもそれを行うことは困難のように見えるのだ．第三に，これらの粘土板を数学的見地から調べようとする研究者の数の少なさである．いわゆる理系の人（ここでは大学で数学を学んだ人の意味）が何の訓練もせずにこの分野に立ち入ることは事実上不可能と思われる．翻訳のある資料集が完備されているわけではなく，信頼できるシュメール語の辞書もない現状では，数学史家や科学史家が概説を書こうとすると粘土板文書自体を自分で調べなくてはならない事態となる．「二度目の人生」が必要となる所以である．一方，文系の人（ここでは大学で数学を学ばなかった人の意味）は，シュメール人の社会，政治，経済や文学に興味を持って研究してきた人がほとんどであり，粘土板文書の数学的側面を見逃す可能性は十分にあったと言わざるを得ない．（一部略）

いずれにせよ，私は仕事と研究のどちらにも全力で取り組んできたつもりであり，その結果幸いにも数多くの未解読の問題を解明できた．そして，その過程でいろいろな知識と経験を蓄積することができ，このことが幸運と相俟って，文系の学者の間で120 年以上も論争の的となっていたエンメテナ碑文の中にある利子計算問題の解読を可能にしたのである．2015 年のことであった（第5 章参照）．さらに翌年，これまた100 年以上の間，誰も気がつかなかった事実，シュメール人は円の面積計算において円周率３＋１／８ に相当する定数を使っていたということを発見した（第4 章参照）．これらは，数学史上，重要な発見であることは言うまでもないことであろう．この他にも私が初めて解明した事実がいくつか本書に含まれていることも強調しておきたい．（一部略）

本書が，あまり知られていないと思われるシュメール人の合理的精神の一面を，数学を通して現代日本の人々に伝えることができれば，本書の目的は達せられることになるであろう．

2017 年3 月多賀城にて

室井和男

218

目　次

（完）

214