

Paul Lévy の自叙伝的な手記

田中 紀子*

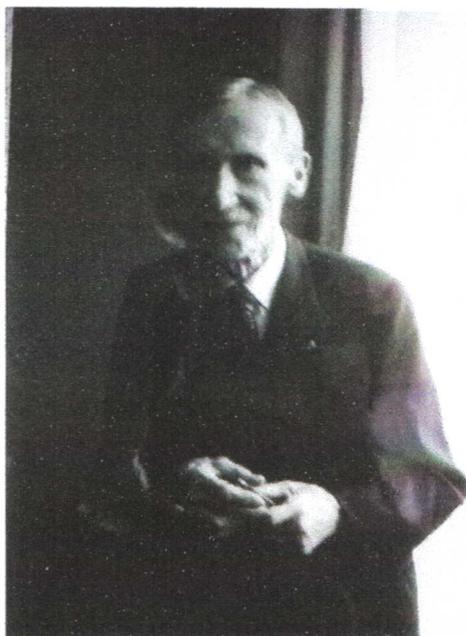
Abstract

Paul Lévy は確率論で豊かで深い業績を残した。ホワイトノイズ理論を構築された飛田武幸氏は、Paul Lévy の数学から多大な影響を受け、また個人的な交流もされていた。今回、Paul Lévy 氏が飛田先生と交わした手紙の資料や、伊藤清氏・飛田武幸氏の文献より、Lévy の人となりの一部を紐解いてみたい。手紙の内容から、Paul Lévy の義理の父の名も Paul Lévy だといった興味深い事実を知ることができる。

1. 手紙(1969年)の紹介

1) 経緯

1960年代に、飛田武幸氏(1927—)はポール・レヴィ氏(Paul Lévy, 1886—1971)とフランス語で文通を始めた。飛田氏はレヴィ宛に自分自身のことを書き送り、その返事として1969年12月14日にレヴィは彼自身のことを手紙にしたためた。今回はその手紙の内容を、飛田武幸氏と、飛田氏を通じてレヴィ氏のご家族の許しを得て、ここに紹介する。



写真：晩年の PAUL LÉVY (飛田氏撮影)

2) 手紙文(仏文 訳出)

私の父親について

父リュシアン・レヴィ(Lucien Lévy)は、1853年にパリに生まれ、1912年に亡くなりました。父はエコール・ポリテクニク(1872—74)の卒業生で、数学のアグレジエ(教授資格 *agrégé*)を持っていました。彼は数学教授(*professeur*)で、最初はレンヌのリセでそれからパリにあるリセ

* 愛知県立豊田西高等学校

・ルイ・ル・グランで教鞭をとりました。また、彼のキャリアの多くは、エコール・ポリテクニクにおける審査官（試験官）でした。

彼は、楕円函数論（パリ, Gauthiers-Villar, 1898）の著者で、また、ウジューヌ・ルーシェと共著で無限小解析の専門書（Gauthiers-Villar, 初版は1900年、第2版は1902年）を執筆しました（ルーシェは1/4を書き終わったところで病気になったため、リュシアン・レヴィがそれを完成させたのです）。

彼は1911年のフランス数学会総裁でした。

私自身の紹介（私の1935年のNoticeに含まれない部分）

パリのリセで学びました（1895—98 はリセ・モンターニュ；1898—1902 はリセ・ルイ・ル・グラン；1902—1904 はリセ・サン・ルイ）⁽¹⁾。

最初の年を除いて、私はいつも数学ではクラスで一番でした。他の教科については、良い生徒だったけれど、一番ではありませんでした。

1903—1904 の数学特別講義において、私は傑出した教授であるエミール・ブリュッテルから学びました。

私はまた、エコール・ポリテクニクで素晴らしい教授、ジョルジュ・アンベールに出会いました。彼の講義は、とてもクリアで簡単に理解することができました。物理学の教授は、放射能を発見したアンリ・ベクレルでした。彼は、理論家というより実践家であり、彼の講座の授業のいくつかは、熱意に満ちていました。ポワンカレは、天文学の教授で、3つの講義だけを行いました。ほかの教授については、特出すべきことはございません。私には特に、解析学、幾何学、応用力学の講座が役立ちました。私は物理学では「良い成績」をとったのですが、化学ではそうではありませんでした。

エコール・ド・ミーヌでは、ソルボンヌとコレージュ・ド・フランスの数学の講義に参加するために多くの講義に参加できませんでした。私はコレージュ・ド・フランスで3年間、アンベールの講義に参加しました。アンベールは驚異的な計算力（計算の分野における並外れた直観力）を持つことで知られ、古典的数学の進歩に貢献しました。私は、特に近代数学の研究に向かっていきました。それはもっとも傾聴していたアン

(1)私はルイ・ル・グランで文学を学び、サン・ルイで科学を学びました。

ベールの講義とも違っていました。それはまた、4、5回のレクチャーに出て止めてしまったボレルの講義とも違いました。（彼は自明なことに多くの時間を費やしていたのです。）一方、私は1年間参加したエミール・ピカールの講義や、3年間参加したアダマールの講義から多大な影響を受けたと思います。私が（博士）論文のトピックスを見つけたのは、1910年のアダマールの講義においてでした。

私は3年間、セント・エティエンヌで過ごしました。3年間のうちの最初の年に、私は（博士）論文を書き上げ、1911年の終わりに発表しました（審査員：エミール・ピカール、委員長：アンリ・ポアンカレ、書記：アダマール）。私は1913年にパリに戻りました。

1913年から1935年の間は、私の Notice に加えるものは何もありませんし、また、1935-1939についても特出すべきことはありません。第2次世界大戦の間、私の年齢と健康は、私に激務をこなすことを許しませんでした。エコール・ポリテクニクは1940年から1942年の間、（戦禍から逃れるため）リヨンに移っていましたが、私は私の講義を続けることができました。しかし、パリに戻ると、非占領地域に留まらなければならず、ただ、幸いなことに解放まで身を隠すことができました（最初はグルノーブルで、その後ロワールで）。

戦後、私は1951年までエコール・ド・ミーヌで、そして、1959年までエコール・ポリテクニクで私の講義を続けました；深刻な病気によって、途中長い期間の中断がありました。（結核；私は1952年に私の左の肺の半分を失いました。そして1957-1958に再び病にかかりました。）

1944年、エミール・ボレルに、アカデミシャンとしての地位を得るために、アカデミー（学士院会員）に立候補するよう勧められました。私は、彼のおかげで、4度ノミネートされたのですが、選ばれることはありませんでした。私はついに5度目の1964年4月20日に、数理科学分野で選出されました。私はすでに科学アカデミーからトータルで8つの賞をもらっていたのです。

家族について

私は1913年に結婚しました。私の妻はポール・レヴィイ（Paul Lévy）

の娘（はい、同じ名前）です。ポール・レヴィは貿易商をしており、1901年に亡くなっています。妻はアンリ・ヴェーユの孫娘で、ギリシャ文学者として知られ、フランス学会のメンバーでした。

私には3人の子供がいます。そのうちの一人、マリー・エレーヌは、数学者（学位論文 1953年）で、リル大学の教授であり、ローラン・シュワルツ教授の妻です。彼ら夫婦には2人の子供がいます。

デニスは、パリにあるリセ・モリエールのドイツ語の教授で、1939年にアグレジェ (agrégé) になり、エンジニアであるロバート・ピロン (ソシエテ・メタルジック SOLLAC の管理職の一人) の妻になりました。彼ら夫婦には4人の子供がいて、そのうち3人は結婚し、彼らには4人の孫がいます。

ジャン・クロードは、海軍のエンジニアで、エコール・ポリテクニクとグルノーブルの理工科研究所の卒業生です。彼は結婚（そして最初の妻の死後に再婚）し、合わせて6人の子供がいます。

まとめると、私の妻と私には、3人の子供がいて、みな結婚し、12人の孫がいます。孫のうち3人は結婚し、1969年時点で4人のひ孫がいます。

1969年12月14日

P. Lévy

2. Paul Lévy の数学に魅せられて—伊藤清氏と飛田武幸氏のことばから—

1) 伊藤清氏のことばから

飛田武幸氏の恩師である伊藤清氏の第14回京都賞記念講演「確率論と歩いた60年」には、伊藤清氏が確率論を始めるきっかけとして、Paul Lévy 氏の論文に出会ったことが述べられている。京都賞記念講演挨拶文から、一部を掲載する。

『私は、統計力学から次第に確率論に近づいていったのですが、その頃の日本には、確率論を専門に研究している数学者は誰もいなかったばかりか、私自身も「確率論が厳密な意味で数学と言えるかどうか」という疑問を持っていたのです。』

『確率論の内容に改めて直観的な興味を覚えたのは、フランスの数学者、ポール・レヴィ (Paul Lévy) が、1937年に発表した「独立確率変数の和の理論」(Théorie de l'addition des variables aléatoires)を読んだときです。これは、微分積分学の関数に対応する確率論的概念としての確率過程の研究において、大きい第一歩を踏み出したもので、私はこの中に新しい確率論の本質を見いだし、そこに見える一筋の光の中を歩いて行こうと思ったのです。1938年の秋も終わりに近い11月、今からちょうど60年前のことでした。

私は、レヴィの理論における確率過程の見本関数の中に、数学理論の名にふさわしい美しい構造を見いだしただけでなく、ウィーナー過程、ポアソン過程、独立増分過程などの確率過程をここで学びました。そして私は特に、この本の核をなす独立増分過程の分解定理に興味を持ちました。しかし、多くの開拓者の仕事がそうであるように、レヴィの記述は直観的な把握にもとづく部分が多く、その議論の展開を追うことが非常に困難でした。』

伊藤清氏は1938年から1943年までの5年間、内閣統計局に勤めながら、確率論の分野で現在「レヴィ・伊藤の定理」と呼ばれる定理に関わる最初の論文(1942年 Japanese Journal of Mathematics に発表)を書き上げている。それは、東京帝国大学に1941年8月1日に受理され、4年後の1945年10月3日に博士号を授与されている。伊藤清氏は1942年の「マルコフ過程を定める微分方程式」など数本の論文を、大阪大学が発行していた「全国紙上談話会誌」に掲載していた。

このころから、日本における確率論研究が活発になっていったと言えるだろう。

2) 飛田武幸氏のことばから

名古屋大学数理科学同窓会は、優秀な学生らを奨励する目的で、1980年に中日文化賞を受賞した飛田武幸氏の名を冠した「飛田賞」を5年前に創設している。飛田氏は長年にわたり、名古屋大学において「確率論セミナー(ホワイトノイズセミナー)」をほぼ毎週開講しており(現在

は休講中)、そのセミナーの中で、何度も Paul Lévy について語っている。ここでは、2014 年の第 25 回数学史シンポジウムにおいて「レヴィの数学とホワイトノイズ理論」と題して、飛田氏が述べたレヴィとその数学の一端を紹介したい。飛田氏は、論文の中でレヴィの数学についての概要を書いたり主な著書をまとめたり、レヴィへの思いを語っている。

『P.レヴィの数学は、連続無限変数の関数解析である。そこから自然に確率解析へと導かれる。それは時空のパラメータに依存し科学の中で重要な位置を占める。』

レヴィがもっと高く評価されるべきだと述べつつ、学生時代にレヴィの著書 *Processus stochastiques et mouvement brownian* を読んだときのエピソードを次のように書いている。

『・・・一年間で読み進むことができたページは僅かであって、その数はとても恥ずかしくて言えないが、何よりも圧倒されたのは、著者の数学的な洞察力であった。一見平易そうに見える主張も、証明はもとより、その内容の重厚さであり、著者による深い内容の記述、それらにすっかり圧倒されてしまった。レヴィにとっては当然で、しかし我々にとっては難解な主張の例が多い。今では当然と思われるブラウン運動の強マルコフ性にあたる事実がわずか 2 行で説明されている。・・・同様なことが、彼の論文にも随所に見られる。本質的なことを見抜く直感と洞察力には敬服するのみであるが、それが人によっては誤解を招くことにもなった。』

また、レヴィの生誕 100 年祭における L.Schwartz によるレヴィの思い出の一節として、レヴィがエコール・ポリテクニクにおいて確率論の講義の担当を依頼されたとき(1919 年)、担当する学期が始まるまでに僅か 2 カ月しかなかったので、「既存の確率論を勉強して講義するには時間が足りない。確率論を自分で *retrouver* (再構築・再発見) するならできます。」と答えたことを紹介している。

3. ブラウン運動

私は、アダマールのもとで関数解析を研究していた Paul Lévy が、ブラウン運動を数学的に表現しようとしたところに、その洞察の凄さを感じている。

1826年から27年にかけて顕微鏡によってR.ブラウンは水中におかれた花粉の微粒子が不規則な運動を行うことを確認した。このような“ゆらぎ”や“ノイズ”の典型的なものでかつ重要なものはガウス型をしている。それらを記述するガウス型の確率場が与えられたとして、その汎関数を数学的に扱うこととしたのだ。

以下、飛田氏の記号を用いて、まずブラウン運動を定義しておく。

時間のパラメータ t は実数全体を動くこととし、簡単のためにとる値を1次元として話を進める。偶然を表すパラメータ ω は適当な集合 Ω の上を動き、 Ω には確率測度 P が導入されているとする。 Ω 上の確率変数の系 $\{B(t, \omega); t \in \mathbb{R}, \omega \in \Omega\}$ がブラウン運動であるとは

1) ガウス型確率変数系

2) $E(B(t)) \equiv 0$,

$$E(B(t), B(s)) = (1/2)(|t| + |s| - |t-s|),$$

3) $B(0, \omega) = 0$

をみたすものである。 $(B(t, \omega))$ における ω は省略することが多い。))

ブラウン運動の汎関数は $f(B(t), t \in \mathbb{R}) \dots \textcircled{1}$

と書ける。

$\dot{B}(t) = dB(t)/dt$ として $\{\dot{B}(t)\}$ を用いれば $\textcircled{1}$ は

$\Phi(\dot{B}(t), t \in \mathbb{R}) \dots \textcircled{2}$

と書ける。この $\dot{B}(t)$ は超関数となる。

テスト関数の空間としてシュワルツ空間 S をとって場のならしを行い

$\langle B', \xi \rangle, \xi \in S$

とする。ここで

$$C(\xi) = E(\exp[iB'(\xi)]) = \exp[(-1/2) |\xi|^2], \quad \xi \in S$$

Bochner-Minlos の定理 (特性函数と確率分布とが1対1に対応することを保証する Bochner の定理の無限次元空間での類似) によって

$$C(\xi) = \int_{s^*} \exp[i\langle x, \xi \rangle] d\mu(x)$$

となる超汎関数空間 s^* 上の確率分布 μ がただ一つ決まる。

$\{\dot{B}(t)\}$ をホワイトノイズと呼ぶ。

ξ を一つ固定すると、 $\langle x, \xi \rangle$ は s^* 上の連続関数であるが、それはまた確率空間 (s^*, μ) 上の確率変数とみることができる。 $x \in s^*$ は $\dot{B}(t)$ (t, ω) の実現で $\langle x, \xi \rangle$ は $\dot{B}(\xi)$ の実現とみなせる。

$\langle x, \xi \rangle$ はガウス分布に従い、平均値は0、分散は $|\xi|^2$

$\{\langle x, \xi \rangle; \xi \in S\}$ はガウス型の確率変数系で

$\xi_1(t)\xi_2(t) \equiv 0$ ならば $\langle x, \xi_1 \rangle$ と $\langle x, \xi_2 \rangle$ は独立である。

②の汎関数は $\Phi(x) = \Phi(\langle x, \xi \rangle, \xi \in S)$ とする。

さて、Paul Lévyの研究とその表記に話を引き戻そう。

ガウス過程 $X(t)$, $t \geq 0$ が与えられたとする。平均値は0とする。この $X(t)$ からブラウン運動 $B(t)$ を構成して

$$X(t) = \int_0^t F(t, u) dB(u)$$

とする。($dB(u)$ は現在では $\dot{B}(u)du$ とあらわす。)

Paul Lévyのあげた興味深い例として、 $B(t)$ をブラウン運動とするとき、それから定義される2つのガウス過程

$$X_1(t) = \int_0^t (2t-u) dB(u)$$

$$X_2(t) = \int_0^t (3t-4u) dB(u)$$

は同じガウス過程である。

レヴィ自身、この結果に大変驚いたと言っている。「しかしこの結果によって私は Gauss型確率関数を深く研究するようになり、一般論を確立することができた」(Paul Lévy, 1973)と述べている。

私は、2人の数学者伊藤清氏と飛田武幸氏がレヴィの数学に難解さを感じつつも惹かれていったのは、やはり、自然界の不思議な動きであるブラウン運動に着目し—物理学ではアインシュタインが着目したように—、その源に戻るようなまた芯を捉えるような確率的手法のよさに気付いたからではないかと考えている。レヴィにしても確率論を構築する過程ではその汎用性が現在のように広範に及ぶとは考えもつかなかったことであろうが、ただ、その微量で不規則な変化を捉える手

法としての魅力，そして古典的確率論とは違う本質を捉えることのできる可能性に魅せられたのだろう．飛田氏は常々「根本に立ち戻って考えること」の重要性を説く．それがすなわちレヴィの数学—レヴィの確率論—そのものではないかと感じている．

4. 参考文献

- (1)伊藤清，1998，確率論と歩いた60年，第14回京都賞記念講演抄録
- (2)伊藤清，2010，確率論と私，岩波書店
- (3)伊藤清，1942，マルコフ過程を定める微分方程式，大阪大学数学教室，全国紙上数学談話会，
- (4)Glenn Shafer and Laurent Mazliak, Juin 2009 “An autobiographical note by Paul Lévy, written for Takeyuki Hida in 1969”, Journal Electronique d’Histoire des Probabilités et de la Statistique Vol5,n°1
- (5)飛田武幸，1964，Paul Lévyの科学上の研究の新しい紹介，(訳出論文，未発表)
- (6)飛田武幸，1975，確率場の理論—特にをワイトノイズの超汎函数について，The Physical Society of Japan, P606-P613
- (7)飛田武幸，2000，Paul Lévyの遺したもの，RIMS研究集会数学史の研究
- (8)飛田武幸，2014，レヴィの数学とホワイトノイズ理論，第25回数学史シンポジウム
- (9) Paul Lévy, 1935, Notice sur les travaux scientifiques de M. Paul Lévy, Hermann, Paris
- (10) Paul Lévy, 1937, Théorie de l’addition des variables aléatoires, Paris, Gauthier-Villars
- (11) Paul Lévy, 1948, Processus stochastiques et mouvement brownien, Gauthier-Villars
- (12) Paul Lévy 著，飛田武幸・山本喜一訳，1973，「—確率論研究者の回想」，岩波書店