ジョージ・ピーコック『代数学』(1830)について

神戸大学大学院国際文化学研究科
異文化研究交流センター
野村恒彦

Tsunehiko Nomura
Intercultural Research Center
Kobe University Graduate School of Intercultural Studies

はじめに

ジョージ・ピーコック(George Peacock)は、ケンブリッジ大学在学中にバベッジ(Charles Babbage)、ハーシェル(J. F. W. Herschel)らとともに設立した「解析協会」(Analytical Society)の、主要なメンバーの一人であることは周知のとおりである。

ピーコックが1830年に発表した『代数学』(*A Treatise of Algebra*)は当該分野に大きな影響を与えたものとして知られているが、その影響の大きさに比してピーコックの人となりについてや、『代数学』の位置づけについてはあまり知られていないが実情である。

筆者は既に1830年版『代数学』序文を検討しているが[*1]、ピーコックによる「算術的代数」と「記号的代数」に関する具体的な議論については『代数学』本文の主張を確かめる必要があった。ここではピーコックの1830年版『代数学』の同時代における位置づけや、『代数学』本文でのピーコックの主張について考えてみたい。

1 ジョージ・ピーコックについて

ジョージ・ピーコック(George Peacock)は1791年4月9日にデントンで生まれ、1809年にケンブリッジ大学のトリニティ・カレッジに入学した。前述したとおり、ケンブリッジ大学在学中にチャールズ・バベッジ、ジョン・ハーシェルらとともに解析協会を設立し、大陸で発展していた解析学を英国に導入しようとした。その活動は『解析協会論文集』の他ラクロアによる微積分学の教科書を英訳したことにより知られている。

ピーコックは、1812年にSecond Wrangler、Second Smith□s prizeを獲得した。その後、1819年にトリニティ・カレッジのフェローとなった。1818年には王立協会のフェローになったピーコックは、1837年にケンブリッジ大学における天文学のロウンディーン教授(Lowndean Professor of Astronomy)に選出されている。

1817年にはケンブリッジ大学のトライポスのExaminer、Moderatorとなり、それまでニュートンが用いていた記号に代わり、トライポスにラ

[*1] 野村恒彦, 「ジョージ・ピーコック『代数学』序文について」, 『京都大学数理解析研究所講究録』, 2014(刊行予定).

イプニッツによる記号を初めて導入したこともよく知られている。そしてピーコックは、イーリーの主席司祭(Dean of Ely) に1839年に就任し、1858年11月8日に死去するまでその地位にあった。

ピーコックの業績は、バベッジやハーシェルとラクロアによる*Sur le Calcul Diff□rentiel et Int□gral*の訳を1816年に刊行したことから始まるが、続いて同じメンバーにより*Collection of Examples of the Application of the Differential and Integral Calculus*を1820年に刊行している。

1830年にはピーコックの主著となる『代数学』(*A Treatise of Algebra*)を刊行したが、その後増補改訂した2巻本の『代数学』を1842年から1845年にかけて発表した。

2　『代数学』(*A Treatise of Algebra*)の位置づけについて

ピーコックの業績で最大のものは、1830年に刊行された『代数学』(*A Treatise of Algebra*)である。彼は本書で代数を「算術的代数」(Arithmetical Algebra)と「記号的代数」(Symbolical Algebra)に分類しているが、それらの特徴等については次節以下で述べることとする。

それまでの代数学は負の数や無理数を扱うことにはなっていなかった。当時の代数学教科書の執筆者であるウイリアム・フレンド等は負の数や複素数の使用を扱うことなく代数学の教科書を書いていた[*2]。これに対しピーコックは『代数学』によって、それらをも扱う代数学を提唱したのである。そしてピーコックは、本書により代数を堅固な論理的基礎の上に位置付けたことにあると考える。

本書については、前述のとおり1842年から45年の間に改訂増補され、*A Treatise of Algebra Vol.I, Arithmetical Algebra*と *A Treatise of Algebra Vol.II, On Symbolical Algebra, and Its Applications to the Geometry of Position*との2巻本として刊行されている。単純にそれらのページ数を比較すると、1830年刊の1巻本は685ページであったのに対し、1843年刊(2巻本)のうち第1巻(Arithmetical Algebra)は399ページ、第2巻(Symbolical Algebra)は455ページとなっている。

このことから後に刊行された2巻本は、前著の改訂増補という著作にふさわしいものとなっている。しかも後の版では、第1巻が「算術的代数」、第2巻が「記号的代数」に分冊され、ピーコックの主張が整理されていることが容易に理解できる。

ピーコックは1845年に刊行された第2巻の序文に、「以前に刊行した著作では、記号的代数(Symbolic Algebra)について、算術的代数(Arithmetic Algebra)が基礎となっていることについては十分に論じることができなかった。[*3]」と説明している。確かに1830年刊行の『代数学』は分冊されておらず、両者の区分について明確にはなっていないと

[*2] V・J・カッツ,『数学の歴史』, 上野健爾・三浦伸夫監訳, 共立出版, 2005, p.767.

[*3] G. Peacock,"Preface", *Treatise on Algebra* Vol. II (Cambridge: J. & J. J. Deighton, 1842-45), iii.

考えられる。
しかしここでは、最初に書かれた1830年版の『代数学』を見ていくことにしたい。というのは、1830年版の『代数学』はピーコックが初めて代数学の分野での主張を行った著作であり、そこではピーコックの主張が荒削りながらもより強く表現されていると考えるからである。

3　『代数学』(1830)について

周知のように『代数学』では、ピーコックによって「算術的代数」と「記号的代数」が提示される。しかし後の版とは異なりそれらは完全に分離されておらず、それぞれの項(Article)での両者の比較が主たるものになっている。
まず1830年版『代数学』の目次を次に掲げておく。

この目次を見ると、『代数学』は多岐にわたる課題が論じられていることがわかる。

ここでは第3章である「代数学の第1の原理と基本的演算についての考察」(Observations upon the first Principles and Fundamental Operations of Algebra)を採り上げることにする。その理由としては、先述の「算術的代数」と「記号的代数」の区分が最も顕著に示されているからである。

『代数学』第3章は103の項から成り立っている。すなわちArticle47からArticle149である。このうち重要なものは、Article71、Article74、Article78、Article79-80である。その中でも特に重要と主張したいのは、Article71である。というのは。ピーコックはその項で明確に区分して「算術的代数」と「記号的代数」の違いを対比させて述べているからである。Article74においては、「算術的代数」ではa-bがa¡bである場合には意味をなさないが、「記号的代数」ではa¡bの場合でも、a-bはa¿bの場合と同様に可能であると述べる[*4]。またArticle78の冒頭では、代数学は任意の法則を通じて定義された方法によって任意の符号や記号の組み合わせを取り扱う科学であると主張される[*5]。Article79-80では、加法、減法、乗法及び除法について「算術的代数」と「記号的代数」との相違が述べられる[*6]。

次にArticle71を詳しく見ていくことにする。まずArticle71では、
次にそれぞれが区分されて、その差異が主張される。それらは以下のようになっている[*7]。

(α) 一方のシステムでは記号は数字を表すだけだが、他方では完全に一般的である。

(β) 一方のシステムでは＋、－という記号は加算、減算を表すのみだが、他方では互いに逆な演算を表すだけではなく、さらに独立して使用され、それぞれ記号の前につけられる。

(γ) 一方のシステムでは符号の規則は証明されているが、他方は仮定されている。

(δ) 一方のシステムでは演算が続いても、その順序は問題にならないことを証明することが要求されているが、他方ではそれが仮定されている。

(ε) 一方のシステムでは、すべての演算が結果の解釈の可能性によって算術の原型と一致して限定されている。他方では演算は限定されておらず、そこではすべてが記号的結果となる。

(η) 一方のシステムではゼロは完全な最小である。他方では最大と最小は等しく限定されていない。

(ξ) 一方のシステムでは指数の一般法則はそれらの最初の仮定や算術的値の結果として証明される。他方ではその最も一般的な形として仮定される。

(ι) 一方のシステムでは等号(=)は算術的に等しいことや恒等を意味

---

*4 G. Peacock, *Treatise on Algebra* (Cambridge: J. & J. J. Deighton, 1830), p.70.

*5 *Id. at* p.71.

*6 *Id. at* pp.72-3.

*7 *Id. at* pp.68-9.

する。他方ではそれは記号的に恒等もしくは記号的等価を意味する。

それぞれの項目で最初に述べられる「一方のシステム」というのは「算術的代数」であり、「他方」というのは「記号的代数」であると考えられる。

ダビーは著書*The Mathematical Works of Charles Babbage*の中でピーコックの1830年版『代数学』序文での主張を以下のようにまとめている[*8*5]。

1. 代数は、それまでは単に算術を修正したものと考えられていた。
2. 代数はあらゆる個別な解釈とは独立した方法による記号の操作からなっている。
3. 算術は代数の特別な事例に過ぎないーピーコックは「提示の科学」と名付けた。
4. 等号(=)は「代数的に等しい」という意味で用いられる。
5. 等しい形式の不変性の原理

ダビーがまとめた『代数学』序文でのピーコックによる主張は、そのままArticle71に見ることができる。もちろんArticle71ではより詳細な表現となっている。

まず、ダビーの3にある「提示の科学」はArticle71では(α)から(ε)にあたる。すなわち、算術もしくは算術的代数における四則演算はそのまま記号的代数に適用できるが、例えば算術では5−3=2は意味をなすのだが、3-5は意味をなさないとしている。しかしピーコックはArticle71の(α)から(ε)を前提としてこの演算が可能であることを示し、Article74における主張となる。

次にダビーの5の「等しい形式の不変性の原理」(the principle of the permanence of Equivalent form)という言葉は、『代数学』の本文中ではArticle132にあるが[*9]、Article71では(ζ)になる。ここでは指数について述べられているが、指数が一般的な記号でも許されるとされる。言い換えれば、それらが負の数や分数であってもかまわないということである。すなわち同じ形式を持つものが算術的代数で成立するものは、記号的代数でも成立するというのがピーコックが主張していることであり、これを簡潔な言葉で述べたものが、「等しい形式の不変性の原理」(the principle of the permanence of Equivalent form) という主張になる。

同様にダビーの4にある等号の位置づけについても、ピーコックは「=」

[*8] J. M. Dubbey, *The Mathematical Works of Charles Babbage* (Cambridge: Cambridge Univ. Press, 1978), (Cambridge:Cambridge Univ. Press, 2004), p.103.

[*9] Peacock, *op.cit.*, p.104-5.

[*10] G. Peacock, "Preface", *Treatise on Algebra* (Cambridge: J. & J. J. Deighton, 1830), xi.

で表される意味は「代数的結果」もしくは「代数的に等しい」と置き換えることができると説明している*10。これはArticle71では、(ι)にあたる。すなわち、等号の意味は結果として与えられる値が等しいことを意味するのではなく、その式の持つ意味が等しいことを示している。これも前述したように、前者が算術的代数を表すのに対し、後者は記号的代数を表しているということである。

3 まとめ

以上述べてきたように、ピーコックによる『代数学』は、それまでの代数学とは異なった提示を明確に主張している。『代数学』におけるピーコックの主張は、ダビーらの先行研究においてバベッジの未刊行論文"Essays on the Philosophy of Analysis"のうちの1章"General Notions Respecting Analysis"における主張との類似性が指摘されているが、今まで見てきたArticle71にあるような具体的な提示があるのに対し、バベッジの"Essays on the Philosophy of Analysis"にはそれが見受けられないという相違点がある。すなわち、ピーコックはバベッジの議論とは出発点は非常に近かったが、別の経路を通じて議論を新しい提示にまで至らせたと考えることができる。

ピーコックが「算術的代数」と「記号的代数」に関して、1830年刊の『代数学』以降どのように考えを発展させていったのかは、1842-5年刊の同著改訂版を検討するしかないが、これは今後の課題としたい。

［参考文献］

[1]Peacock, G., *Treatise on Algebra* (Cambridge: J. Smith, 1830)

[2]Peacock, G., *Treatise on Algebra Vol.I, Arithmetical Algebra* (Cambridge: J.&J. Deighton, 1843),.

[3]Peacock, G., *Treatise on Algebra Vol.II, On Symbolical Algebra, and Its Applications to the Geometry of Position* (Cambridge: J.&J.J.Deighton, 1845)

[3]Babbage, Ch., "Essays on the Philosophy of Analysis" , British Museum

[4]Durand-Richard, M. J., "Peacock's Arithmetic: An Attempt to Reconcile Empiricism to University", *Indian Journal of History of Science*, Vol. 42 No. 2, 2011,pp.251-311.

[5]Dubbey, J. M., *The Mathematical Works of Charles Babbage* (Cambridge: Cambridge Univ. Press, 1978), (Cambridge: Cambridge Univ. Press, 2004).

[6]Dubbey, J. M., "Babbage, Peacock and Modern Algebra", *Historia Mathematica*, Vol. 4, 1977, pp.295-302.

[7]Becher, H. W., "Woodhouse, Babbage, Peacock, and Modern Algebra", *Historia Mathematica*, Vol. 7, 1980, pp.389-400.