表現論と素粒子のフレーバー対称性

北海道職業能力開発大学校　　佐野　茂

素粒子の大多数はハドロン素粒子と呼ばれる粒子であるが、それらはクオークと呼ばれるさらに小さな粒子から構成される。そしてコンパクト群の表現を用いてハドロン素粒子は分類されている。それをフレーバー対称性という。元素の周期律表のようなみごとな表示と言える。しかし、トップクオークも比較的最近見つかったばかりであり、まだまだ確定的理論とは言い切れないようだ。

現在見つかっているクオークは６種類あり、質量には開きがある。クオークqに対して、質量などの性質は同じで電荷が正反対の反クオーク$\bar{q}$がある。

クオーク粒子		電荷Q	スピン	質量MeV
アップ	u	2/3	1/2	5
チャーム	c	2/3	1/2	1,000
トップ	t	2/3	1/2	200000
ダウン	d	- 1/3	1/2	10
ストレンジ	s	- 1/3	1/2	200
ボトム	b	- 1/3	1/2	4000

ハドロン素粒子にはクオークの３体モデルのバリオン（qqq）、そしてクオークと反クオークのペアで表される２体モデルのメソン（$q\bar{q}$）とがある。例えば陽子は$\mathrm{p}=uud$でプラス１の電荷をもち、中性子は$\mathrm{n}=udd$で電荷はゼロである。またパイ中間子$\pi^+=u\bar{d}$と$\pi^-=d\bar{u}$　は、それぞれプラス１とマイナス１の電荷をもつ。

電荷ゼロのパイ中間子もあるが、それらはアイソスピン状態で分類される。

$$|I=1,Q=1>=-u\bar{d},$$

$$|I=1,Q=0>=\frac{1}{\sqrt{2}}(u\bar{u}-d\bar{d}),$$

$$|I=1,Q=-1>=d\bar{u},$$

$|I=0,Q=0>=\frac{1}{\sqrt{2}}(u\bar{u}+d\bar{d}),$

粒子の全スピンの数学的モデルとしてアイソスピン状態 I を考えている。

クオークに基づき素粒子を分類しようとするときウイークボソンによる弱い相互作用を考える必要がある。このウイークボソンの質量は大きく陽子の約 90 倍ある。中性子から陽子になるベータ崩壊を考えよう。

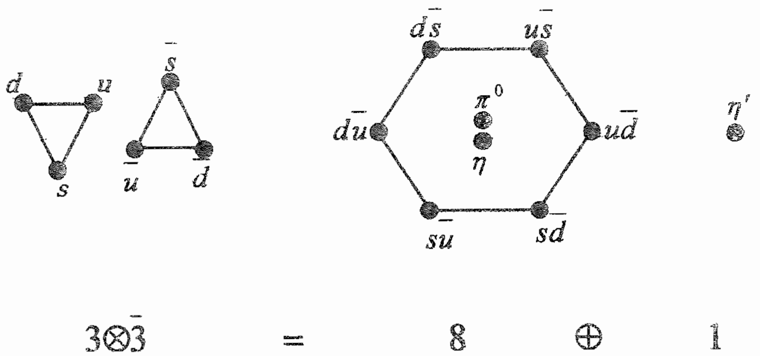
$$n \rightarrow p + e^- + \bar{\nu}$$

ここで $\bar{\nu}$ はレプトンである。クオークだけを取り出すと

$$d \rightarrow u + e^- + \bar{\nu}$$

となる。このウイークボソンによる弱い相互作用により u から d へと移っているのがわかる。

クオークのフレーバー対称性を考えるとき、核力 300MeV より小さな質量のクオーク u,d,s が対象となる。まずコンパクト群 $SU(3)$ の表現を用いて、メソンを分類する。3 つのクオーク u,d,s からなる 3 次元表現と反クオーク $\bar{u},\ \bar{d},\ \bar{s}$ からなる 3 次元表現の積表現を既約分解して、8 次元表現と 1 次元表現にメソンは次のように入る。



ここで、状態 π^0,η,η' の電荷 Q はゼロである。これらは $u\bar{u}, d\bar{d}, s\bar{s}$ 状態の一次結合となる。1 次元表現の η' は 3 つのフレーバーを同じ割合で含むので

$$\eta'=\frac{1}{\sqrt{3}}(u\bar{u}+d\bar{d}+s\bar{s})$$

状態 π^0 はアイソスピン 3 重項 $(d\bar{u},\pi^0,-u\bar{d})$ の一つで

$$\pi^0=\frac{1}{\sqrt{2}}(u\bar{u}-d\bar{d})$$

と表される。状態ηはこれらと直交するので次のようになる。

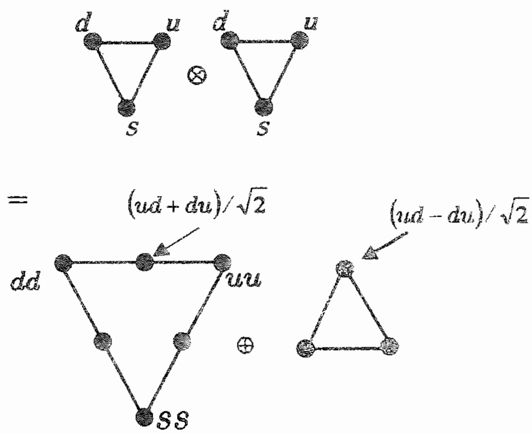
$$\eta=\frac{1}{\sqrt{6}}(u\bar{u}+d\bar{d}-2s\bar{s})$$

メソン粒子		電荷 Q	質量 MeV
π^+	$u\bar{d}$	＋1	140
π^-	$d\bar{u}$	−1	140
π^0	$(u\bar{u}-d\bar{d})/\sqrt{2}$	0	135
η	$(u\bar{u}+d\bar{d}-2s\bar{s})/\sqrt{6}$	0	549
η'	$(u\bar{u}+d\bar{d}+s\bar{s})/\sqrt{3}$	0	958
K^+	$u\bar{s}$	＋1	494
K^-	$s\bar{u}$	−1	494
K^0	$d\bar{s}$	0	498

コンパクト群$SU(3)$を用いてバリオンの分類をする。まず、２つのクオークの組み合わせを考え

$$3\otimes 3=6\oplus\bar{3}$$

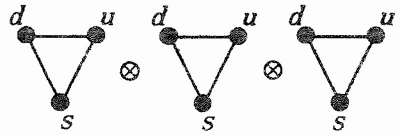
と９次元空間を２つのクオークの入れ換えに対して対称な６次元空間と反対称な３次元空間に次のように



分解し、続いて３つのクオークの組からなる２７次元空間を次のように既約分解を用いて

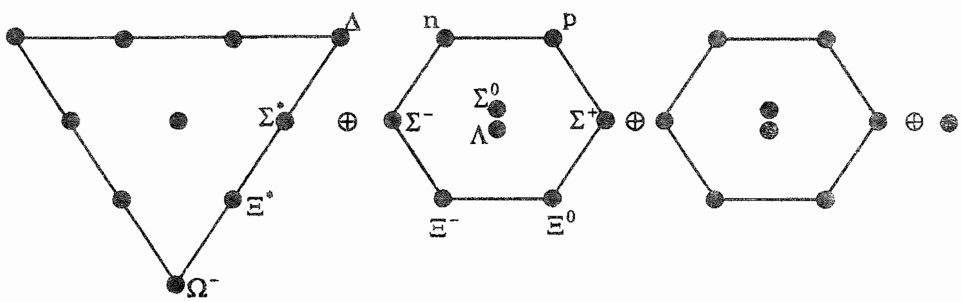
$$3\otimes3\otimes3=\left(6\oplus\bar{3}\right)\otimes3=\left(6\otimes3\right)\oplus\left(\bar{3}\otimes3\right)=10\oplus8\oplus8\oplus1$$

と分解する。



$=$

スピン 3/2　　　　スピン 1/2



$10 \oplus 8 \oplus 8 \oplus 1$

このフレーバー対称性にスピンの状態も考慮する。SU(2)の表現の分解によりスピンの状態が分類でき、それを組み合わせる必要が出てくる。

ここでは、簡単のために基底状態にある場合に粒子を入れている。既約表現の分解から出てくる、１０次元表現と８次元表現でスピンがそれぞれ 3/2 と 1/2 の場合が基底状態である。クオークのスピンは 1/2 なので、その３個組のバリオンのスピンは半整数になっている。

バリオン粒子		電荷 Q	質量MeV
p（陽子）	uud	1	938.3
n（中性子）	udd	0	939.6
Δ	uuu	2	1232
Σ^*	$[uus+(us+su)u]/\sqrt{3}$	1	1385
Ξ^*	$[uss+s(us+su)]/\sqrt{3}$	0	1530
Ω^-	sss	−1	1192
Σ^+	$[uus+(us-su)u]/\sqrt{3}$	1	1189
Σ^-	$[dds+(ds-sd)d]/\sqrt{3}$	−1	1197
Ξ^0	$[uss+s(us-su)]/\sqrt{3}$	0	1315
Ξ^-	$[dss+s(ds-sd)]/\sqrt{3}$	−1	1321
Σ^0	$[(sd+ds)u+(us+su)d-2(du+ud)s]/\sqrt{12}$	0	1192
Λ	$[(sd+dsu)u-(su-us)d]/2$	0	1116

本稿では核力 300MeV より小さな質量のクオーク u,d,s を対象としたフレーバー対称性をまとめた。これは定説と考えられているものだが、残りのクオークも加えて、基本となる 6 個のクオークの作るフレーバー対称性は今後の課題となろう。ハドロン達の奥に潜む数学的な構造は大変興味深いと言えよう。

本稿をまとめるにあたり北海道大学理学研究科素粒子論の末廣一彦氏との議論は有益でした、同氏に感謝します。

参考文献

(1) F. Halzen and A.D.Martin, Quarks and Lepton, John Wiley & Sons(1983).

(2) K.Hagiwara et al. Particle Physics Booklet extracted from the review of Particle Physics, Physical Review D66, 010001(2002).

(3) J.Letessier and J.Rafelski, Hadron and Quark-Gluon Plasma, Cambridge (2002).