第８回数学史シンポジウム

１９９７年１０月２５、２６日

ゆらぎ　と　情報

飛田　武幸

名城大学　理工学部

「ゆらぎ」や「ノイズ」が情報理論の中に取り入れられてきて、数学においても重要な地位を占めるようになった。

ゆらぐ現象は時間とともに変化する。時には時刻と空間の点とをパラメータとする偶然現象として認識されることもある。それらの数学的モデルはそれぞれ時系列とか確率過程、あるいは確率場と呼ばれるものである。その性質や構造の解明は確率論の基本的な課題である。

このような課題の情報理論への橋渡しは近年いろいろと試みられてきた。そこでの極めて強力な手法は innovation （新生過程）の利用ということができる。この概念を通して「ゆらぎ」と「情報」とを結びつけよう。

１。<u>「ゆらぎ」はどこにあるか</u>？

科学の対象とする自然界は”ゆらぐ複雑系”である。

ゆらぎの例

炎（ほむら）、陽炎、ローソクの火；

お天気（気温など）、太陽の黒点、台風の進路；

硬貨投げ、測定の誤差、水中にある花粉のブラウン運動；

拡散現象、不確定性原理、熱雑音、天体からのＸ線；

生物の進化、細胞の働き、生命現象、集団遺伝学的現象；

これらはすべて「ゆらぎ」を含むランダムな現象である。「ゆらぎ」はこのように、いたる所に見出される。

2。「ゆらぎ」小史

T.C. Lucretius (Roma, BC 98 - 54)

On the nature of things, transl. by H. A. J. Munro, 1952

すでに自然界のゆらぐ現象に着目していた。

cf. 寺田寅彦　随筆集　第二巻 ルクレチウスと科学　207-262

物質元子の無秩序運動

Carl F. Gauss

誤差論、　円錐曲線で太陽のまわりを回る天体の運動理論、1809

Gauss Werke III. より。

そこで、天体の観測や測量などにおいて、介在する偶然量の正しい認識を得て、偶然量のしたがうガウス分布の特徴づけを行う。すなわち、どんな大きさの任意標本についても平均の最尤推定値が標本の算術平均ならば、その分布はガウス型でなければならない。

Robert Brown

ブラウン運動の発見。水中の花粉の不規則運動を見て（1827年）。それは科学者の眼によって発見された。

Albert Einstein

ブラウン運動の数学的な定式化と展開(1905年)をして、拡散方程式を理論的に導いた。

ゆらぎの最も基本的なものとしてのブラウン運動の認識がえられた。

Paul Lévy,

ブラウン運動の理論を数学の中に大きく位置づけた。

ランダムな量（ゆらぎ）の素子としてブラウン運動を認識した。

関数解析学と結びつけた。

ゆらぐ確率場の変分による扱いを指向した。

3。<u>情報</u>

確定した定義をするのはまだ時期尚早である。当面いろいろな内容が考えられるが、その整理は今後の発展にまつことになる。

現時点では次のような大まかな分類が考えられよう。

(1)。Artificial Information 系統的、工学的なもの。

文字、電子メディアなどの入力信号。

この分野は歴史も古く、豊富な研究成果がえられている。さらに通信工学などの面で応用も広い。

(2)。Natural Information ゆらぎの情報、自然情報:

自然界、生物の中等に見出される。一般に入力は知られず出力のみが観測されるような場合である。

例としては、宇宙からの信号、spontaneous なゆらぎによる生物の行動、医師による患者の診断など。今後の研究課題が多い。

(3)。遺伝情報

それ自身のプログラムを持つ。前二者とは異質である。

4。<u>情報理論的展開</u>

以下のような段階がある。数学的な展開が主となる。

(1)ゆらぎ の持つ不確実さの確率論的なアプローチ、

(2)偶然に起こった結果の処理、

(3)それを基に未知であった情報を獲得し、それを利用する。

その歩みを駆け足で見てみよう。

N. Wiener

時系列、情報および通信の理論に貢献した(文献 [7])。

情報の最も簡単で基本的な形の一つは硬貨投げ.

誤差の例で情報量の定義に $-p \log p$ の出てくる説明を与えている。

randomness が消えて情報が得られるとする情報の認識。。

定常時系列について、効率のよい情報伝達を論じている（変分の立場から
文献 [8] 参照）。

ブラウン運動の役割を強調した理論の展開（[9] など）。

frequency and amplitude modulation による信号の処理。

chaos expansion ———> Itô's multiple Wiener integral.

フーリエ解析より harmonic analysis へ。

innovation の考えによる coding, decoding の方法を提唱している。
（ whitening を含む ）。

これらの 卓越したアイディアは現在の科学の多くの場面に活かされている
ことに注目したい。

C.Shannon,

文献 [6]は通信の数学的理論（情報理論）の古典であり、また基本的な文献となって現在に生きている。

基本的な情報量としてのエントロピーの導入とそれを用いた通信理論を確立した。

情報伝達におけるノイズの役割が明らかになった。

Dimension rate など、その後注目されるようになった概念が芽生えている。

A.N.Kolmogoroff

文献 [2] は現在においても、情報理論や計算の理論に重要な指針を与えている。

5。<u>情報理論的立場からの「ゆらぎ」の解析、すなわちホワイトノイズ解析</u>

この解析は、絶えず情報理論と密接な関係を保ちながら発展している。

それには次ぎのような著しい特徴がある。

（1）「真に無限次元」的である。無限個の確率変数があり、分布は無限次元空

間上の測度となる。この分布は時間と動きとともに変動する。解析はそのような空間の上で実現される。

（２）有限次元のものでは近似できない事象があり、それが重要である。

（３）「ゆらぎ」（randomness）の「素子」としての「ホワイトノイズ」が数学的理論へのキーとなる。それはブラウン運動の微分として実現できる。
確率過程に対しては innovation となることを期待する。

（４）素子を変数とするの妥当な関数のクラスが定まる。それは超汎関数の空間 $(S)^*$ で、超汎関数の characterization theorem がある。

（５）「動き」－パラメータである時間や空間の点の動きによる「ゆらぎ」の変化は変換群で記述される。。
特に、無限次元回転群（ H. Yoshizawa ）が重要な役割をはたす。
さらに、無限次元調和解析につながる。

（６）古典関数解析からの発展。
特に P.Lévy の関数解析--->ホワイトノイズ解析につながる。
--->ゆらぎの解析。

（７）変分法によるアプローチ。
確率場にたいして innovation の構成にたいし有効である。

６。課題を提供している諸分野

分子生物学　微生物の運動。：大沢文夫。Oosawa equation。
高分子の行動：木方行郎。アミノ酸配列の統計解析。
neuron, nonlinear interaction： Sejnowski他。
（ causality に注目したい。）

宇宙理学　Ｘ線バースター：小田稔。 Gamma-Ray Bursts.
Binasry systems, Nova: Argonne National Laboratoryの情報

そこでは 情報源、ノイズが明らかでない。観測した output から
それを innovation として推測することになる。
ランダム性の特徴の活用、役割の認識が重要である。

場の量子論　朝永方程式など

確率変分方程式。

[文献]

[1] T.C.Lucretius, 前掲書 William Benton Publisher, 1952

[2] A.N.Kolmogoroff, Three approaches to the quantitative definition of information. П.П.И. vol.1,no.1(1965),3 - 11.

[3] P.Lévy, Théorie de l'addition des variables aléatoires. Gauthier-Villars, 1937.

[4] P.Lévy, Procerssus stochastiques et mouvement brownien. Gauthier-Villars, 1948.

[5] P.Lévy, Problèmes concrets d'analyse fonctionnelle.Gauthier-Villars, 1951.

[6] C.Shannon, Mathematical theory of communication. Univ. of Illinois Press. 1949.

[7] N.Wiener, Cybernetics, John Wiley & Sons Inc.1947.

[8] N.Wiener, Extrapolation,interpolation and smoothing of stationary time series. MIT Press, 1949.

[9] N.Wiener, Nonlinear problems in random theory. MIT Press, 1958.

[10] T.Hida ed. Advanced Mathematical Approach to Biology. White Noise Analysis with Special Emphasis on the Application to Biology. World Scientific Pub. 1997.

[11] ２０世紀数学シンポジウム、　津田塾大学、1995.
ゆらぎの解析　今昔

[12] 吉田　民人、（哲学）、知の情報論的転回 - 秩序生成機構とその進化 -、1993, IIAS Notes.