ガリレオの連続量概念と不可分者*

津田塾大学数学計算機科学研究所
中根美知代

1．はじめに

「連続性」の概念が今日の数学の重要な概念の一つであることは，数学を学んだ人の間で，まず異論のないところであろう．デデキントの連続の定義[1]を学んだとき，多くの人はある種の違和感を感じることだろう．連続性という事柄は直観的には把握しやすいにもかかわらず，1872年に提出されたその定義は，人為的・操作的に思われるからである．実際，この定義が確立するまでには，運動や物質の理論などの自然の認識，連続性をめぐる哲学的な議論，数学の技術的な面およびそれに伴う厳密性の理解の発展など様々な視点から考察がなされてきた．

ギリシアから，デデキントに至るまでの連続性の概念の歴史を振り返った際，注目に値するのは，アリストテレスが連続性の性質を「連続的なものは不可分なものからなっていることはない」と捉え，それが中世を通じて受け入れられてきたのに対し，ガリレオが，正反対の主張，すなわち「連続的なものは不可分者からなっている」と唱えていることである．17世紀は，科学史上，科学革命期と呼ばれている．アリストテレスが提示した自然の見方や法則が次々と覆され，それに代わる新しい科学が登場したことから，そのように名づけられたのであった．とりわけガリレオは，力学において自然落下に見られるような加速度運動を把握し，アリストテレスの運動学を刷新していった中心人物であった．連続性の概念はこの時期の，この人物によって転換されたのである．

この報告では，ガリレオはなぜ連続性の性質をこのように捉えるようになったのだろうかという問題をとりあげる．その際，まず，アリストテレスとガリレオの言明が異なるのは，両者の「連続」は同じものであるがその属性の捉え方が異なっているためか,「連続」自体が違う概念なのかを明らかにする必要があるだろう．つぎに，仮に前者であれば属性の捉え方が，後者であれば「連続」自体が，なぜガリレオにより転換されるに至ったのかということが考察される課題となるだろう．以下では，アリストテレスの「連続」と「不可分なもの」の概念をはっきりさせることからはじめていく．そして，ガリレオと同時代の研究者カヴァリエリにより,「不可分者の方法」が提示され,「不可分なもの」の概念が変化していくこと，それをガリレオが受け入れていることを示す．そして，そのうえでガリレオの連続の概念が，アリストテレスとは大

*プログラムでは「ガリレオの連続量概念とカヴァリエリ」となっているが，当日，演題をこのように改めた．
[1]デデキント（河野伊三郎訳）『数について』（岩波文庫 1961 年）．

きく異なっていることを明らかにし，その原因は，彼の運動学の記述に「不可分者の方法」をとりいれたことによるものであることを示していきたい．

2．アリストテレスの連続性の概念

アリストテレスの連続性の概念は，『自然学』，『形而上学』，偽書『不可分の線について』等[2]に見られる．彼は，運動についての考察をすすめていくうちに，連続性の概念を吟味するようになった．彼の連続性の概念が明示的に述べられている箇所としては，たとえば『自然学』227aa20 が挙げられよう．

「接触する」とは端と端とが一緒にあるところのものである.「継続的」とは，はじめのものの後にあって，当のものと，当のものによって継続されるものの中間には，同じ類のものは何も介在していないものである.(ただし，他の類のものなら，中間に何か介在していても差し支えない.)「接続的」とは継続的であって，接触するものである.「連続的」: 連続的なものは接続するものの一種にほかならない．接続するものどもが互いに接触しあうところのおのおのの限界が,(たんに一緒にあるというのでなく) 同じ一つのものとなるとき，連続的であるという．ものの端と端が一緒にあるのみならず，一つになっていなくてはならない．

アリストテレスは，

「継続的」⊃「接続的」⊃「連続的」

といった包含関係を提示することにより,「連続性」の概念を規定していく．これから，たとえば，10 cm の積み木を 10 個くっつけて並べて 1 m にしたものは接続的であり，1 m の長い棒は連続的ということになる．したがってデデキント的な切断，すなわち任意の点を指定した場合，その点に連続体の構成要素があるかないか，といったことについては,「連続的」なものであれば必ず存在するし,「継続的」なものであれば存在する場合とそうでない場合があるということになろう．

つぎにアリストテレスは,「連続的」なものの構成要素を吟味することにより，その属性をより的確に把握しようとし,「連続的なものが不可分割なものどもからなるということは不可能.」(『自然学』231a21）との結論に達した．たとえば，線は連続的，点は不可分割的だから，線が点からなることは不可能であるというのである．なぜなら，

(1)（連続体の要素は相互に接触していなければならないが）不可分割的なものどもが相互に接触する場合は，全体が全体と接触するのでなければならない．しかし，全体が全体と接触するならば，不可分割なものどもは連続的なものとならないであろう．なぜなら，連続的なものは，別々の諸部分をもち，このような仕方で異なるものども，すなわち，場所的に離れているものどもへと分割されるからである．

とアリストテレスは述べている．すなわち，不可分割なものは，部分を持たないから接触するとしても全体と全体が接触するしかない，それでは，大きさを持つ連続的なものは構成できないではないかというのが，彼の論拠であった．ここでは,「接触的」という「連続的」であるた

[2]本報告の作成にあたっては，岩波書店『アリストテレス全集』を参照した．

めの必要条件を否定することにより，議論がなされている．アリストテレスはさらに別の論拠を挙げる．それは

(2) 線も面も一般にどんな連続的なものも，不可分なものではない，ということは明らかである．このことは今述べた理由で明らかであるばかりでなく，もし不可分とすれば，不可分なものが分割される（という不合理な）ことになる，ということからも明らかである．（『自然学』233bb20）

というものである．すなわち不可分[3]なものを奇数個集めて連続的なものを作り，それを真ん中で２つに切ったとすると，真ん中にある要素は２つに分けられてしまう．これは不可分なものの定義に反するというのである．

アリストテレスの論証は，部分を持たない，それ以上分けられないことといった不可分なものの定義と，連続性の定義に基づくものであり，今日私達が見ても十分説得的と思えるものである．この見解は，中世に至るまで広く受け入れられていった．

３．カヴァリエリの不可分者

ガリレオの議論を検討する前に，近代において不可分者の概念の変化があったことを見ておこう．新しい求積法として「不可分者の方法」を確立し，それとともに新たな不可分者の概念を提示したのが，ガリレオの弟子で友人でもあったカヴァリエリであった．

1635 年に公刊した著書『不可分者による幾何学』(*Geometoria indivisibilibus continuorum nova quadam ratione promota*）においてカヴァリエリが示した，不可分者の方法とはつぎのようなものである[4]．図形ＡＢＣが，ＢＣに無数の平行な線分からできていると考えてみよう．こうした線分の集合のことを彼は「すべての線分」と呼んでいる．その線分一本一本が不可分者と呼ばれるものである．ここで，図形ＡＢＣ本来の面積を F，線分の集合からなる図形を $\Theta(l)_F$ 等とかくことにする．カヴァリエリは，同じ底辺をもつ２つの図形の面積の間に，

$$F_1 : F_2 = \Theta(l)_{F1} : \Theta(l)_{F2}, \tag{1}$$

の関係があることを示した．カヴァリエリは，F_1と F_2の「すべての線分」の間に 1 対 1 対応をつけることができ，任意の対応する線分間の比が一定であれば，それが$\Theta(l)_{F1}$と$\Theta(l)_{F2}$の比となることを指摘し，(1) の関係式に達している．彼はこの方法を立体の体積の比を断面積の比に

[3]アリストテレスの言明のなかで,「不可分割なもの」と「不可分なもの」はまったく別のギリシア語があてられており，厳密には区別されなければならない．前者はこれ以上分割できないという，分割という操作を含むニュアンスを持つが，後者は物質を構成する大きさを持たない原子といった意味合いの強いものと考えられる．いずれにせよ連続体の構成要素とはならない．とくに区別しなくても本報告の論旨には影響しないと思われる．

[4]カヴァリエリの仕事については，E. Giusti, *Bonaventura Cavalieri and the Theory of Indivisibles*, 1980, Bologna, および，K.Andersen, "Cavalieri's Method of Indivisibles" , *Arch. Hist. of Exact Sciences*, vol.31, No.4 (1985),pp.291-367 を参照にした．

帰着させるといった場合にも適用している．

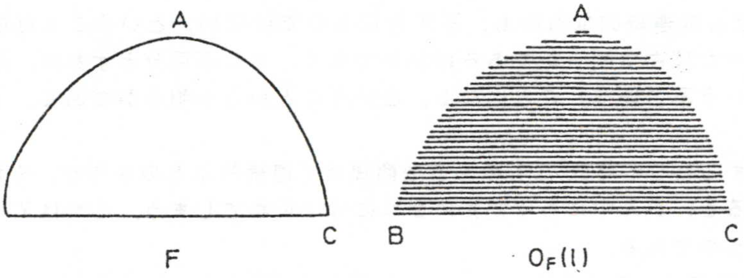


図 1

カヴァリエリはこの方法に基づいて，n=1 から 9 までの場合について，積分の公式

$$\int_0^a x^n dx = \frac{a^{n+1}}{n+1} \tag{2}$$

を導くことができた．彼はこの方法をさらに拡張して 1647 年『6 つの幾何学の問題』（*Exercitationes geometricae sex*）を出版している．

数学史の立場からは，カヴァリエリが不可分者の方法を用いて公式 (2) を導いたこと，すなわち求積の有効な計算方法を与えたことが評価されている．しかし，より注目したいのは，彼が「すべての線分」の概念を用いて，あらたな公式を導きつつ，この概念の数学的基礎づけを深く考察しながら，その理論を構成していったことである[5]．

まず，カヴァリエリは，無限集合からなる 2 つの「すべての線分」$\Theta(l)_{F1}$ と $\Theta(l)_{F2}$ のあいだに有限の比が存在するかどうかを検討した．[6]彼は，ユークリッド原論第 5 巻定義 4「何倍かされて互いに他より大きくなりうる 2 量は相互に比を持つといわれる」にしたがい,「すべての線分」がそのような性質を持つことを 1622 年 3 月 22 日づけのガリレオ宛の手紙のなかで述べている．さらに『不可分者の幾何学』においては，それらの間にユークリッド原論の大きさの関係が導入されることを示している．

つぎに問題になるのは,「すべての線分」の大きさをどのように捉えるかということである．カヴァリエリの考え方が明確に提示されたのは,『不可分者の幾何学』出版後，グルディンが提示した不可分者への批判に応じたときである．グルディンは自身の無限に関する著作（*Centrobaryca seu de centro grauitatis* …）において,『不可分者の幾何学』を引用し,「すべての線分」の大きさは線分全体の長さの和となる，あるいはそれに対応する面積となる，すなわち $F_1 = \Theta(l)_{F1}$ である，との 2 つの可能性があるが，そのいずれもが求積には役だたないと述べた．前者であれば，大きさは無限にならざるを得ないし，後者であれば，面積そのものを扱うことになってしまうからである．この問いに対し，カヴァリエリは『6 つの幾何学の問題』のなかで,「「すべて

[5]Andersen , pp.300-310.

[6]この問題はカヴァリエリ自身が 1621 年末の手紙でガリレオに問いかけている．ガリレオがカヴァリエリに直接答えたとの証拠はない．しかしドレイクによれば，ガリレオは 1628 年にグェヴァラに対して,「点の無限集合の間の比は合法的に存在する」との証明が可能であると請け負ったとされているので,「すべての線分」同志も有限の比を持つことには合意していたに違いない．S.Drake, Galileo at Work, University of Chicago, 1978. なお本論文では，田中一郎訳『ガリレオの生涯』1·2·3，共立出版，1985 年を参照し，必要な箇所は，原著から訳出した．

の線」は線分の本数においては無限であるが，広がりにおいては有限である」と解答し，不可分者の大きさに対する考え方を述べたのであった．

このような属性を持つ不可分者を今日の言葉であらわせば，$n+1$ 次元空間における n 次元の要素のことを意味する，幾何学的な概念といってよいだろう．不可分者を意味する *indivisible* とはギリシア語の$\acute{\alpha}\tau o\mu o\nu$に対応するラテン語であった．不可分者は，ギリシア・中世を通じて，原子のイメージとともに捉えられ，物理的，化学的な考察の文脈のなかで用いられるものであった[7]．しかしこれ以降，カヴァリエリ流の不可分者の定義が，広く使われるようになっていくのである．[8]．

1627 年 12 月づけチアンポリの宛の手紙の記述「わたしは「図形のすべての線分」もしくは「立体のすべての面」とよぶものにおいた基礎を変えていません．というのも，それらはわたしには明白で穏当な根拠によって十分確立されていると思われるからです．」[9]からわかるように，カヴァリエリの不可分者の数学的基礎に対する概念は，早い時期から固まっていた．そして，この問題をめぐって，カヴァリエリが，ガリレオと積極的に議論したことは，残された手紙から跡づけることができる[10]．そして，1834 年 1 月 10 日づけのガリレオ宛の手紙のなかで，カヴァリエリは，「『新科学論議』に不可分者の理論に関するなにかを挿入してほしい」と依頼し，ガリレオはこれに同意するに至ったのである．

4．ガリレオの連続量概念と不可分者

2．3．で見たように，アリストテレスとガリレオの「不可分なもの」の捉え方には違いがある．しかし，議論を 1 次元に限定すれば，連続体である直線に対して点を不可分者と読んでいることに違いはない．実際，『新科学論議』において，ガリレオがとりあげているのは線と点との関係で，これをきちんと示すことにより，連続体一般の構成要素が何であるかを論じているのであるから，「直線は点からなっているか，いないか」がアリストテレスとガリレオの対立点と理解しても差し支えないだろう．そして，話題をここに限定する分には，本来なら区別されるべきアリストテレスの「不可分割なもの」，「不可分なもの」と近代の「不可分者」という

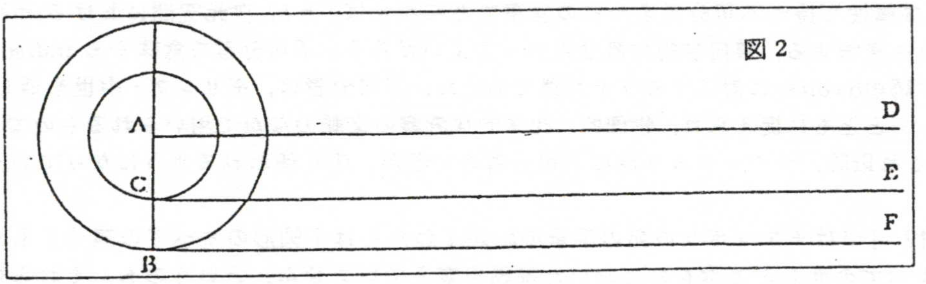
[7] M.Segre, *In the Wake of Galileo*,(1991), Rutgers University Press, p.69

[8] 不可分者の方法はトリチェリによって発展させられ，これを用いて得られた彼の結果は，ガッサンディ，バロウ，ホッブスらの注目を集めた．P. Mancosu and E. Vailati, "Torricelli's Infinitely Long Solid and Its Philosophical Reception in the Seventeenth Century", *ISIS*, 1991, vol82, pp.50-70

[9] ドレイク『ガリレオの生涯』，p.390.

[10] 論文末の資料を参照

言葉遣いも大きな問題とはならないであろう．



ガリレオは，1638 年に出版した『新科学論議』第１日[11]で，有限な大きさの金属を無限にのばすことができるのはどうしてか，という問題から，連続体の構成要素を論じている．ここでガリレオは,「アリストテレスの車輪」をとりあげる．図２のような運動をともにする２つの同心円を描き，外側の円を直線ＢＣに沿ってころがすと，点Ｂが点Ｆに達したとき，点Ｃが点Ｅに達するが，半径が異なるに２つの円をころがしているにもかかわらずＣＥ＝ＢＦとなるのはなぜか，というのが問題になっているのである．ガリレオは，直線ＢＦが外側の円がすき間なくころがって作られたのに対し，ＣＥは無限個の点とすき間からなっているためとした．そして，連続体が不可分者からできていれば，ＢＣのように無限個のすきまが入ることが可能で，それゆえ金属をいくらでも大きくすることができるというものであった．[12]そこで，連続体が不可分者から構成できるかどうかが問題になる．ガリレオは，

> 線その他全ての連続量は，それ自身無限に可分な部分に分かつことができるから，これらの線は無数の不可分量からなっているといわざるを得ない．なぜならば，無限に行うことのできる分割，またその再分割は，線を構成する部分が無数であるということを前提として初めて可能だからである．そうでなければ，その細分はどこかで終わってしまう．もし線の各部分の数が無限であるとすればその各部分は有限の大きさではないといわなければならない．有限量を無限に集めれば無限大となってしまうから．そういうわけで，無数の不可分量から有限の連続量が作られる．[13]

とする．これはアリストテレスの主張と矛盾する．そこでガリレオは，奇数個の不可分者からなる連続体に見られる矛盾に対して，不可分なものが有限個あるならばそうかもしれないが，無限個集まれば事情はちがうとして，無限のもつ，有限からは想像できないような性質を挙げる

[11]今野武雄・日田節次訳『新科学対話上下』(岩波文庫 1937・1948 年)．なお，伊東俊太郎『ガリレオ』(人類の知的遺産 31，講談社，1985 年) に収録されている翻訳『新科学論議』も参考にした．

[12]研究集会終了後，実は，物質がいくらでも大きくなる理由を説明するためにも彼独自の連続量概念が提示させる必要があったことが明らかになった．これについては，現在論文を準備中である．

[13]ガリレオは，1634 年,『天文対話』への批判を述べたロッコの本へかき込んだ注釈のなかでも「連続体がどこまでも可分割的な部分から構成されているというのと，それが不可分なものから構成されているというのは同じことだと認めねばなりません.」と述べている．

のである．ガリレオは，任意の自然数とその数を平方したものとは，後者が前者の真部分集合であるにもかかわらず，両者の間に1対1対応がつくこと，長さのちがう線分上の点同志にも1対1対応が存在することを指摘する．そして,「等しい」,「多い」,「少ない」という属性は有限量のみにあって無限量にはないと結論したのであった．そして，無限はこのような不思議な性質をもつがゆえに，大きさを持たない不可分者であっても無限個集まれば大きさをもつ連続量をもち得るのだと論じたのである[14].

実は,『新科学論議』のみならず，筆者が見たかぎりのガリレオの著作のなかで，連続性の定義が明示的に述られている箇所は見あたらない．したがって「連続体が不可分者からなっている」という主張はまた，彼の連続性の定義と理解しても差し支えないだろう．数学史家ボイヤーは，この言葉を指して，ガリレオの連続性の概念は稠密性を基礎におくものだとしたと察せられる．どんな小さな区間をとっても，その間に要素があるというのがここでいう稠密の意味であろう．ただし，図2に示されている直線ＣＥの作り方からすれば，ガリレオの場合，その区間の間には要素とともに，すき間も入っていることを積極的に主張しているのである．すなわち，連続体の任意の点を指示したとき，そこには構成要素とともにすき間もあるというのがガリレオの連続性の概念なのであった．

この連続性の概念は，今日から見るとアリストテレスから後退したように見える．ガリレオはアリストテレスを十分に理解していたのだろうか．それと照らし合わせて自分の不備に気が付かなかったのだろうか．ここでガリレオは，連続性の条件である接続性をめぐる議論について触れられていない．しかし，1613年にはコロンベ宛書簡のなかで,「つながったものから区別できる連続体の属性を見いださなければなりません.」と述べていることから，この点を見落としたというよりも，それを克服しての論証であると察せられる．また,「アリストテレスの車輪」を扱ったときには，アリストテレス的な連続直線ＢＦとガリレオ的なそれでＣＥを対比させて論じている．こうしたことから，ガリレオは，アリストテレスの連続性の概念を十分理解し受け入れた上で，それを意図的に拡張したと判断せざるを得ないのである．

５．カヴァリエリの方法の受容と連続量概念の拡張

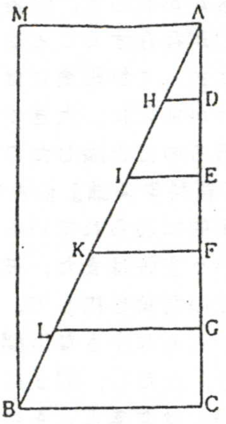
カヴァリエリは1634年，ガリレオに宛てて,「連続体は不可分者からなっていると絶対思わないが，このことについてあえて議論することはないだろう」[15]と述べている．さらに1639年には,「そんなことは絶対にない」[16]と念を押しているのである．ここでは，同時代の数学者にも同意が得られないにもかかわらず，ガリレオが，独自の連続性と不可分者の関係を積極的に打ち出す根拠は何だろうか．ここでは，ガリレオが不可分者の概念を導入する以前，科学史家ドレイクによれば1629年秋にかかれたとされる『天文対話』[17]と『新科学論議』[18]の双方に見られる命題の証明を検討することにより，この問題を考察していく．

とりあげる命題は,「静止から自然加速した物体のある時間内における移動距離は，その物体

[14]ただし，不可分者が集まって今日の意味での連続量を作るかどうかについては結局わかっていない.
[15]Galilei *Opere*, vol.16, p.138 所収
[16]Galilei *Opere*, vol.18, p.67 所収
[17]青木靖三訳『天文対話上』,(岩波文庫 1988年), pp.340-343.
[18]『新科学対話下』, pp.35-36.

の最終速度で同じ時間運動した場合の移動距離の２分の１である」との主張である．

『天文対話』での証明は以下のようであった．まず三角形ＡＢＣを描く．辺ＡＣを等分し，Ｄ，Ｅ，Ｆ，Ｇの点をとる．それらの点を通り，底辺ＢＣに平行な直線をひく．点Ａで物体は静止している．ＡＣ上にとられた等しい部分は等しい時間間隔を，点Ｄ，Ｅ，Ｆ，Ｇを通ってひかれた平行線は，等しい時間に等しく加速し増大する速さをあらわしている．点Ａは静止の状態で，これに続く時間ＡＤの最初の瞬間であるが，時間ＡＤの間に速さの度合ＤＨが獲得されるのに先だって，線ＤＡ上にある無限の点に対応した無限の瞬間に得られる無限の小さな度合が通過されることは明らかである．したがって線ＤＡ上の無限の点からＤＨに平行にひかれると考えられる，たえず小さくなる無限の線を考えねばならない．この線の無限性は，三角形ＡＨＤの面積であらわされ，これが物体が移動する距離をあらわす．同様にして，時間ＡＣにおける落下距離は三角形ＡＢＣの面積であらわされる．この面積の２倍が平行四辺形ＡＣＢＭの面積である．これは，物体が自由落下の場合の最終速度で，時間ＡＤを運動したときの移動距離を意味する．したがって，この命題が成り立つ．

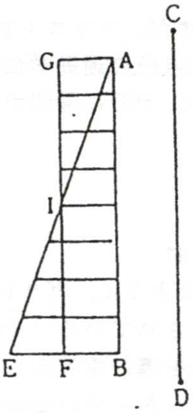


この証明では，平行線の長さは速度をあらわしており，落下時間に比例している．そして，すべての平行線の集まりの大きさが物体の移動距離となることが述べられている．しかし，より注目したいことは，ここでのガリレオは，平行線の全体を足したものの大きさは三角形ＡＢＣの面積をなしていると明確に記していることである．先にみたパドヴァ時代の記述では，無限の平行線そのものの大きさを扱いながら，それが面積になるとは述べられていなかった．「無限の平行線からなる三角形」の大きさを面積と考えることにより，移動距離をあらわす値は有限なものになる．その結果，２つの面積の比較が可能になり，上のような命題を示すことができたのであった．

ここでの記述には，力学の証明としては不自然な箇所はない．しかし『対話』のなかで，シンプリチオが「自然学的科学においては，正確な数学的明証性を求める必要はない」という言明とともにこの証明を受け入れているように，線分を合計して面積にするという議論はガリレオ自身にとっても不十分と感じられていたのである．

ところが，この曖昧さは，「無限の平行線からなる三角形」を不可分者と捉えることにより克服することができるのである．『新科学論議』第３日，定理１，命題１では同様の主張が「静止から自然加速した物体のある時間内における移動距離は，その物体の最終速度の半分で同じ時間運動した場合の移動距離に等しい」というように，表現をかえて，以下のように証明されている．ここで，図に示されている三角形ＡＢＥが『天文対話』の三角形ＡＢＣに対応している．

ＥＢを２等分する点Ｆをとる．
ＢＡ，ＢＦに平行なＦＧ，ＡＧをひくならば，
三角形ＡＥＢに（面積の）等しい平行四辺形
ＡＧＦＢがつくられ，その辺ＧＦはＡＥをＩで
２等分する．さて，もし三角形ＡＥＢ内の平行線を
ＩＧまで延長するならば，四辺形内に含まれる
すべての平行線の集まりは，三角形ＡＥＢ内に
含まれる平行線の集まりに等しいだろう．
というのは，三角形ＩＥＦ内にある平行線は
三角形ＧＩＡ内の平行線に等しく，一方台形
ＡＩＦＢ内の平行線は共通だからである．ここ
では，時間ＡＢのすべての各瞬間に線分ＡＢの
すべての各点が対応しており，またＡＢの各点からひかれて三角形ＡＥＢ内に含まれる平行線は，増大する速さの増加する度合をあらわし，一方，平行四辺形内に含まれている平行線は，同数の増大しない均等な速さの度合をあらわしている．



この命題でも，瞬間の速さがＥＢに平行な線分の長さであらわされており，その線分の集まりが移動距離をあらわしている．しかし，その大きさの比較の仕方は異なっている．ガリレオは，三角形ＩＦＥと三角形ＩＧＡに含まれる平行線の間の１対１の対応を強調した．しかも対応する線分の比は，１：１である．したがって，不可分者の理論により，三角形ＩＦＥと三角形ＩＧＡに含まれる「すべての線分」の大きさの比は１：１である．このことから，三角形ＩＦＥと三角形ＩＧＡであらわされる移動距離は等しいことが帰結できるのである．こうしてガリレオは，すべての線分の大きさの和が面積になるということを持ち込むことなく，この命題を証明することができた[19]．科学史家ドレイクは，『新科学論議』定理１命題１の証明を物理学における数学的厳密性を多年にわたって考察した結果であると評価している．

『新科学論議』では，アリストテレス以来の「時間は連続である」との見解が受け継がれており，その属性は「どんなに小さな時間のなかにも無数の瞬間が存在する」というように捉えられている．ＡＢであらわされる時間軸がこのようであるならば，そのことを幾何学の言葉で表現すると「線分のどんなに小さな部分をとっても，それは無数の点からなっている」ということになろう．ガリレオは，ここで，三角形のなかに，底辺に平行な無数の本数の線分があり，しかも面積にはなっておらず，与えられた線分に対して対応する線分が見つかるような性質を要請している．そうであれば，線分ＡＢが，上に述べた性質を持っていることが，必要にして十分なのである．実際アリストテレス的な連続の概念をとったとすれば，「すべての線分」は面積を構成せざるを得ない．そして，ガリレオによれば上のような言い方で，ＡＢ上の任意の点には，構成要素もすき間もあるということをいっているのだから，時間軸を切断した点においては必ず時間が存在するのである．そして，このような連続性の概念は，デデキントのそれを含んでいるのだから，今日いわれるような連続性が問われることになっても，大きな問題になり得なかった．

[19]E.Giusti, p.44 にも，この証明と不可分者の理論との関係が述べられている．

ガリレオが，アリストテレスとは異なる独自の連続性の概念を提示した一因は，カヴァリエリの手法を自分の運動学にとりいれ，十分に展開するにはカヴァリエリの手法を自分の運動学にとりいれ，十分に展開するためだったといえるだろう．

6．おわりに

以上見たように，ガリレオの提示した新たな連続の概念は，彼の物質理論，運動学の記述に大きく規定されている．それは，ガリレオの力学の記述の上で，強力な方法を提供する，不可分者の理論を導入を導入したことに大きく依存していた．カヴァリエリのように純粋に幾何学の問題をあつかっていたのであれば，おそらくこうした連続性の概念は提示されなかったであろう．

だが，残念なことに，ガリレオの連続性の考え方は当時の数学者に大きな影響を及ぼしたとはいいがたい．まず，不可分者の方法自体が，広くうけいれられなった．また，ニュートンやデカルトは，点が動いて連続的なものを作ると捉え，その構成要素が何であるかについては，考察しないという立場をとっている．

ニュートンは 1687 年に出版した『プリンキピア』のなかで以下のように述べている．

> 不可分者の仮説はいささかぎこちないようにみえますし，その方法は非幾何学的と思われますから，以下のことがらの証明には，消滅していく最後の和と比および生まれてくる量の最初の和と比に，すなわち，それらの和と比の極限に帰せしめるという途をとりました．[20]

ニュートンは彼なりに連続量を捉え，新たな数学的方法を構成して，彼の力学を作り上げたのである．それらが，以降の数学・力学の発展を方向づけたのは，よく知られている通りである．「連続的なものが不可分なものからなっているかいないか」の議論が，数学史の表舞台にでてきたのは，その後，250 年近くたってからのことであった．

---

[20]河辺六男訳『自然哲学の数学的諸原理』,（世界の名著 26『ニュートン』，中央公論社，1971 年），pp.95-96.

<資料> ガリレオとカヴァリエリとのやりとり

カヴァリエリは 1616 年-1641 年にかけてガリレオに 100 通余りの手紙をかいた．ガリレオはこれを保存してあるが，カヴァリエリはガリレオからの手紙をほとんど紛失した模様である．以下は，Andersen と Drake の著作から，本報告に関連すると思われる事柄を整理したものである．

1621 年末：カヴァリエリ，ガリレオに「ある平面の全ての線分（それらは全域をカバーしていないが）が，別の平面の全ての線分に対して比を持つかどうか知りたい」との問う．
1626 年 2 月末：カヴァリエリ，ガリレオに不可分者についての論考をかく決心を伝える．
1626 年 3 月 21 日：カヴァリエリ，ガリレオに「静止状態から出発し，任意の速さを獲得する物体は，まず中間のあらゆる速さを通過しなければならない」ことの証明ができたなら送ってほしいと要求する．
1625 年はじめ：ガリレオはカヴァリエリに，彼自身が連続的な大きさについて彼自身の業績を発表するまで『不可分者による幾何学』の出版を延期してほしいとの依頼．
1626 年：ガリレオ，グェヴァラと「連続体の不可分者」を定義する必要性について話し合ったらしい．
1627 年：カヴァリエリ，ガリレオから，不可分者の方法についての返事がこないとカステリに不平をもらす．このころガリレオは病気．
1628 年：ガリレオ「点の無限集合のあいだの比率は合法的に存在する」ことの証明をグェヴァラに請け負う．
1628 年：ガリレオがカヴァリエリをボローニャ大学の数学教授に強力に推薦．
1631 年 2 月 16 日：ガリレオ，命題 35 の証明に関連した問題を解くようカヴァリエリに要請する．
1632 年：ガリレオ『天文対話』出版．
1634 年 1 月 10 日：カヴァリエリ「『新科学論議』に不可分者の理論に関する何かを挿入してほしい」，ガリレオは第 1 日にこれを持ち出すと同意．
1634 年 10 月 2 日：カヴァリエリ，ガリレオにあてて，「連続体は不可分者からなると私は絶対に宣言しないが，この問いには触れないで，連続なもの（同志）に対しては，不可分者の集合の（の間に）比が存在することを示そうと思う.」
1635 年：カヴァリエリ『不可分者による幾何学』出版．
1638 年：ガリレオ『新科学論議』出版．
1639 年 6 月 28 日：カヴァリエリ，ガリレオにあてて「連続体は不可分者からなるとあえていったことはない.」述べる．
1647 年：カヴァリエリ『6 つの幾何学問題』出版．
「線分はその本数は無限であるが，広がりにおいては有限である」,「もし連続体が不可分なものからできているとすれば，与えられた平面図形と“全ての線分の大きさ”は 1 つで同じものになるだろう」と述べる．